

## **Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade...**

**João Frederico da Costa Azevedo Meyer** 

---

### **Resumo**

---

Neste artigo escrito, sobretudo, por um acadêmico em Matemática Aplicada para quem a Modelagem é um instrumento fundamental de trabalho, a Modelagem Matemática tem seus aspectos fundamentais comentados. Uma sequência de ações no ato de se modelar uma situação-problema é descrita criando uma categorização de focos na Modelagem Matemática. Em seguida, usando esses passos para uma Modelagem de situações-problema, diversos aspectos da MM são apresentados e, ao final, é enfatizada a necessidade de se trabalhar, também, com uma Matemática da necessidade na Modelagem de situações-problema da vida real, levando a um estudo dessas situações, à sua Modelagem crítica, aos processos de avaliação de resultados e sua aplicação a problemas da vida real.

**Palavras chaves:** Modelagem Matemática, Situações Reais, Matemática da Necessidade, Matemática Aplicada

## **Math Modeling: The challenge of 'doing' the math of necessity...**

**João Frederico da Costa Azevedo Meyer**

### ***Abstract***

---

In this article, written mainly by an academic in Applied Mathematics for whom Modeling is a fundamental instrument of work, Mathematical Modeling has its fundamental aspects commented on. A sequence of actions in the act of modeling a problem situation is described creating a categorization of focuses in Mathematical Modeling. Then, using these steps for Problem-Situation Modeling, several aspects of MM are presented and, at the end, the need to work with a Mathematics of the need in real life Problem-Situation Modeling is emphasized, leading to a study of these situations, their critical Modeling, the processes of evaluating results and their application to real life problems.

**Keywords:** Mathematical Modeling - Real-life Situations - Mathematics of Necessity - Applied Mathematics

## **Introdução**

Muito tem sido dito e escrito sobre o que estamos ensinando e, também, sobre o como estamos ensinando e aprendendo Matemática. Por outro lado, na maior parte das Licenciaturas, docentes, coordenações, instituições têm sido refratárias às mudanças que pesquisadores têm recomendado como sendo necessárias. E por qual ou quais motivos necessários? Por serem representantes de um progresso pedagógico, bem como fundamentais para se eliminar a aprendizagem de uma Matemática de fórmulas, conceitos decorados, de resultados sem outro significado do que sua ligação entre outros resultados, em uma sequência que, ainda que lógica, não promove uma avaliação crítica, que deva também ser lógica, de ideias fundamentais para que a aprendizagem de Matemática ocorra de fato.

Em “Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança”, Ubiratan D’Ambrósio (2019) diz, literalmente, que a Matemática ensinada é “desinteressante, obsoleta e inútil”. E é! Evidentemente há muitos exemplos animadores de uma Matemática ensinada e aprendida que visa uma formação cidadã, que é atual e necessária e até, em alguns casos, motivante e divertida, mas a regra geral é outra. Repetimos, como docentes e instituições, os modos como aprendemos, modos em que nos sentimos mais confortáveis e seguros. Em outras palavras, parafraseando o poeta Bob Dylan (1975), recentemente agraciado com o Prêmio Nobel de Literatura, a única coisa que sabíamos fazer era continuar a continuar teimando (tradução livre de “the only thing we knew how to do was to keep on keeping on”, de “Tangled up in Blue”).

Os resultados desta persistência no tradicional não são animadores. Aliás, muito ao contrário disso! Ainda que conheçamos exceções que, mesmo entusiasmantes, confirmam esta regra. E isto se dá em todos os níveis de ensino e aprendizagem institucionais de Matemática. Nosso desafio é mudar para muito melhor – e urgentemente!

Imagino o leitor a dizer-se, ao ler estas palavras, que já as leu de muitas maneiras e inúmeras vezes. É verdade, assim como é verdade que, nas mais de 300 instituições autorizadas a ter cursos de Licenciatura em Matemática no país – sem contar os bacharelados, a situação em nada é entusiasmante.

No evento “O Cientista do Século XXI”, o Professor Nelson Maculan Filho (2019), em sua conferência intitulada “Combater o Obscurantismo: o papel dos(as) cientistas no século XXI”, mencionou que, em sua infância, todas as salas de aula tinham um globo terrestre e em muitos casos esse globo fazia companhia às crianças em suas fotos de final de ano – e isto se relacionava com o combate ao obscurantismo desde cedo – e na escola! Em sua conferência teceu ainda comentários sobre muitos temas. Dentre estes, um foi sobre a Matemática que é ensinada nas universidades, a longevidade inacreditável de programas, ementas, opções, procedimentos e técnicas. Ao final, a última pergunta a que ele respondeu foi sobre o que seria o equivalente àquele globo terrestre nas aulas de Matemática em nível superior. O professor

Maculan nem pensou, imediatamente respondeu que o equivalente seria o Modelo Matemático.

O objetivo deste artigo, então, é apresentar – pela ótica de um praticante de Modelagem Matemática tanto quanto um estudioso da Modelagem na Educação Matemática - uma visão de como certos preceitos educacionais gerais se “colam” ao trabalho de modelagem feito tanto no ambiente de aprendizagem universitária quanto no exercício profissional. E isto em praticamente todas as áreas e na necessidade da modelagem para se viver de modo pleno uma cidadania republicana proativa.

### **Das definições da Modelagem Matemática**

Cada um de nós e, possivelmente, em cada fase de trabalho com a Modelagem, usou a “sua” própria definição da modelagem. Assim, a Modelagem Matemática já foi apresentada como recurso didático, como opção pedagógica, como ambiente gerador ou catalizador ou até motivador de aprendizagem e uso da Matemática. Recordo aqui uma conferência que, pelos exemplos usados, resultou inesquecível: a do Prof. Dr. Nelson Hein, num Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (XXVII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Porto Alegre, RS, em 2004). Nesta apresentação, Hein evidenciou uma ligação fortíssima entre a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, acrescentando, como D’Ambrósio, uma componente sócio-histórico-cultural às já diversas definições da Modelagem.

O Professor Marcelo Borba (comunicação pessoal, Rio Claro, SP, em 2007) tem repetido – e sempre com uma racionalidade válida – que não devemos recorrer a esquemas (que ele chama pedagogicamente de “esqueminhas”) para definir o que é a Modelagem Matemática. Mas na prática da Modelagem Matemática em outros ramos, em que ela aparece, de fato, como um instrumento auxiliar de trabalho – e aqui os exemplos realmente são inúmeros – esquemas desses têm sido usados de modo esclarecedor e orientador. Tais esquemas são baseados em experiências, cooperações e, sobretudo na conveniência momentânea daqueles que recorrem à Modelagem...

Neste sentido (mas sem usar o esquema que pode ser encontrado em Meyer, Caldeira e Malheiros (MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011) apresento uma definição da prática da Modelagem Matemática, uma definição que, neste momento, me convém. A saber:

O primeiro passo na Modelagem Matemática nessa ótica, a pragmática, é o de se “ler o mundo”, conhecer o problema, familiarizar-se com seus aspectos mais relevantes (e, aqui, peço emprestados conceitos de Paulo Freire (2019) e de Edgard Morin (1967). No exercício profissional da Modelagem, este primeiro passo se completa no ouvir e no perguntar. Ouvir o interlocutor, o outro, a ideia diferente, a compreensão diferente de fenômenos, o contraditório, o cultural...

Assim, ler o mundo implica em ouvir e dialogar com um interlocutor que pode ser um grupo de pessoas ou um conjunto de documentos. Pressupões “prestar atenção” do início ao fim, fugindo o matemático de pular imediatamente ao uso de técnicas que lhe são familiares, por simplicidade. Isto terá que esperar, haverá a hora das técnicas, procedimentos, conceitos!

O segundo passo, resultante de um primeiro passo bem feito, é o de escolher hipóteses simplificadoras do problema original, para se poder trabalhar apenas com os aspectos mais importantes, ou, como diz Edgard Morin, as características-chave da situação que está a ser analisada e aprendida e, eventualmente, o do problema (sim, porque na vida real, muitas vezes não temos a pergunta ou o problema, mas uma situação. Sempre há a tentação de se incluir aspectos em demasia, características que podem deixar o problema original intratável. Acontece que, geralmente, quanto mais parâmetros e variáveis tivermos numa modelagem, menos poderemos tirar em termos de compreensão e análise de simulações.

O terceiro passo vem a expressão do problema numa das linguagens do universo matemático e, nesta hora, o contexto também influi no instrumental matemático escolhido. Tal “redação” numa linguagem matemática não necessariamente tem que ser com termos complexos, sofisticados... Pelo contrário, o caminho é o de se ir do simples àquilo de matemática em níveis sucessivamente mais difíceis que o problema virá a exigir. Como cantou o poeta Renato Teixeira, “o simples resolve tudo...”. Não é verdade, mas sempre é por aí que se começa: com o mais simples e, à medida que a expressão matemática nos “ensina” mais sobre o problema e o compreendemos melhor, uma nova expressão pode ser construída.

O quarto passo deveria ser o da resolução do problema matemático – e é assim que acontece muitas vezes no contexto escolar. Mas, na vida real, deparamo-nos com dificuldades maiores: nem sempre as expressões resultantes de estágios anteriores têm a solução analítica; muitas vezes as informações não são regulares, sendo até fornecida em momentos discretos, mesmo para problemas que, visivelmente, são contínuos. Além disso, há os parâmetros e as medidas feitas em campo. Ora estas nunca estarão certas – e nós e nossos alunos temos de aprender a trabalhar (e sempre...) com os tais números “quebrados” que, na grande maioria das vezes, não aparecem nas aulas de Matemática: aqui também a consciência da aproximação. Na verdade, aceitar este universo em que tudo é aproximado corresponde a conviver com nossas limitações, nossos erros e com uma Matemática que nem é perfeita, nem exata e muito menos verdadeira.

O quinto passo: a partir de uma expressão matemática podemos, muitas vezes, obter diversas soluções, todas verdadeiras no universo abstrato da Matemática, como as raízes de um polinômio. Mas, apesar de verdadeiras, devem ser avaliadas dentro dos intervalos de aceitação e as que não servirem, descartadas. Mesmo sendo verdades matemáticas! Isto é, os resultados da resolução ou da resolução aproximada devem ser avaliados criticamente e

apenas aquilo ou aqueles resultados válidos, aproveitados – ao menos temporariamente. Temporariamente porque nem sempre a verdade matemática prevalece: é a etapa seguinte.

O sexto passo repete a avaliação crítica, mas agora pela ótica da situação real e sua problemática, seu entorno, sua relevância. Nem sempre a solução matemática, ainda que verdadeira, pode ser considerada como soberana. Este tipo de solução não pode ser imposta sem que se levem em consideração os muitos aspectos sociais, naturais, humanos. E esta avaliação crítica deve, sempre que necessário, nos levar de volta ao segundo passo, tantas vezes quanto necessário e, assim, rever os critérios que nos levaram a aceitar aquelas hipóteses simplificadoras subjetivamente eleitas no início. Algumas vezes esta ação nos faz compreender melhor a situação-problema e, conseqüentemente, somos levados a alterar as hipóteses e, portanto, o próprio modelo.

O sétimo passo dessa descrição (dentre tantas outras, é bom não esquecer!) é aquele que consiste no processo decisório com relação ao problema original, decisão que muitas vezes envolve grupos e momentos sociais, situações naturais, contextos políticos – enfim, decisões que levaram à necessidade da Modelagem Matemática. Muitas vezes, infelizmente, os sujeitos da modelagem em si já não são incluídos nesta parte da Modelagem mas, quando nós podemos participar com os interlocutores, os resultados podem ser altamente relevantes para os matemáticos, para os interlocutores e, possivelmente, para o problema em estudo.

Destes sete passos ou etapas, podemos destacar que o primeiro e o sétimo são feitos tendo como sujeito o interlocutor; os passos de três a cinco são de responsabilidade do modelador, do matemático, enquanto que o segundo e o sexto passos ficam na área do diálogo, um diálogo sinérgico que constrói conhecimento cooperativamente. Analogamente podemos considerar os passos de um a três são os da formulação do modelo, o quarto é o da resolução (aproximada) e os dois seguintes são os de criticar o conhecimento construído. Por fim, o sétimo passo é aquele do compromisso com a sociedade e a natureza. Vale sublinhar que esta sequência é uma das mais usadas no uso profissional de Modelagem Matemática.

No entanto, nessas categorizações, ficam evidentes características tanto da teoria de educação de Paulo Freire (1967) quanto algumas das sete categorias da educação de Edgard Morin (2019) – e vemo-nos trazendo dessa prática profissional um valioso e motivador método de ensino e de aprendizagem da Matemática. Daí, inevitavelmente, vem à memória a brincadeira do Professor Maculan: em cada sala de aula, uma Modelagem Matemática!

### **Das lições da Modelagem Matemática: Para que Serve?**

O eminente poeta brasileiro Paulo César Batista de Faria, conhecido como “Paulinho da Viola”, tem uma frase especial tanto para sambistas e amantes do samba e da arte como

para nós, da Modelagem Matemática: “Hoje eu vim, minha nêga, sem saber nada da vida,/ querendo aprender contigo as formas de se viver./ As coisas estão no mundo e eu preciso aprender” (Paulinho da Viola, 1968).

Lembramos imediatamente de Paulo Freire e de Edgard Morin na leitura do mundo, na crítica do conhecimento e na componente planetária (sociedade e natureza). E estas posturas nos encaminham para um rumo na busca desta resposta. Em primeiro lugar, a Modelagem Matemática serve para aprendermos da vida – e não nos referimos apenas à vida humana, evidentemente. O Prof. Dr. Miguel Petrere (1999), **com** sua vasta cultura, certa vez afirmou em uma conversa de corredor, que “um Modelo Matemático é bom quando a gente o joga fora” (na verdade, brincando, ele afirmou “quando nós jog’ele fora!”) e a explicação é, para mim, insofismável: quando a modelagem é bem feita, é inevitável aprender mais sobre o fenômeno modelado, permitindo-nos voltar às hipóteses de simplificação do modelo e refazê-las de modo melhor.

Exemplos disso são as modelagens feitas para outras Ciências, com as quais se podem testar hipóteses eliminando uma ou algumas delas. O objetivo principal, porém, não é o de incrementar de algum jeito a modelagem e, sim, o de reconhecer características da situação-problema, aprendendo, como nos afirma Paulinho da Viola as “formas de se viver”, e as “coisas do mundo”.

Com esta repetida e dinâmica avaliação crítica da modelagem, aprendemos a viver com uma saudável incerteza com relação àquilo que nos responde a Matemática que, livre do peso de fazer-se exata, absoluta, verdadeira e universal, pode tornar-se aproximada, contextual e local. Assim, a Modelagem Matemática faz da Matemática um instrumento útil na aprendizagem da beleza e da força da Matemática como ciência fundamental.

Nas escolas – e em todos os níveis! – esta Matemática pode estar ligada ao prazer e ao lúdico, mas, certamente, ela deve estar associada também à necessidade de compreender a vida e à utilidade numa atitude proativa de mudá-la. E a eterna pergunta de alunos questionadores: “Para quê que eu tenho que aprender isso?” fica respondida *a priori*...

### **Das lições da Modelagem Matemática: Para que servirá?**

Depois da frequência escolar, já no trabalho profissional, na vida é, de modo muito infeliz, aliás, a grande maioria dos nossos ex-alunos – em todos os níveis – deixam de usar Matemática (a menos de algumas operações aritméticas elementares). Uma cena marcou o autor: era uma discussão conjunta em que os participantes que eram da Matemática Aplicada propuseram uma nova regra de calcular uma multa ambiental e esta regra usava um logaritmo. A reunião terminou de imediato, e a justificativa dada foi a de que um juiz jamais aplicaria

“uma multa calculada usando um logaritmo”. Isto mostrou o quanto os ensinamentos da Matemática são para uso na sala de aula, ou fazendo exercícios em casa – para poder passar de ano. Sim, esta é uma visão pessimista e é contra essa situação que devemos lutar efetivamente: talvez seja mais uma de nossas utopias (ou desafios!), a de que nossos alunos continuem a usar o que aprenderam de Matemática na vida real...

Além de aprender conceitos, nossos alunos precisam, para viver em sociedade, dominar conceitos e técnicas de Matemática. Claro, isto não pode ser verdade apenas para a Matemática e, em termos da Matemática, esta frase tem significado apenas para conceitos úteis e relevantes e não muito do que ainda existe em nossas ementas, programas, livros-texto. Um outro lado desta mesma moeda é que muito que nossos alunos precisam não lhes é apresentado nas aulas de Matemática: Probabilidade e Estatística, Matemática Discreta, Matemática Financeira e assim por diante. O que significam os números das pesquisas eleitorais? Qual o verdadeiro significado para o consumidor dos juros alardeados (ou sua ausência) numa compra de pagamentos parcelados? O que representam para um cidadão os muitos índices sejam demográficos, econômicos, sociais, sanitários informados periódica e discretamente por órgãos de diversas origens. O que são os percentuais de desmatamento? De desemprego? De analfabetismo?

A Matemática da escola tem que ser uma ‘ferramenta’ útil para se poder ver o mundo – a sociedade e a natureza – de modo a poder compreendê-lo e, até, para poder modificar nossas realidades para algo melhor. Vale destacar que a Matemática *deve* ser instrumental tanto para esse ‘ver’ quanto, o que é importantíssimo, para avaliarmos o que pode ser ‘melhor’, uma questão sempre em aberto! E sempre será necessária a Matemática na transformação de dados em informações e a capacidade de inferir conclusões, de visualizar possibilidades e avaliar destas as probabilidades...

### **Modelagem Matemática – Educação para o exercício da Cidadania**

Nos dois parágrafos anteriores, creio ter evidenciado algumas características da Modelagem Matemática na escola, em preparação e nas ações para uma vida efetivamente melhor e, depois, já fora da escola, para poder, com autonomia, ‘ver’ e avaliar a vida e suas exigências sociais, culturais, políticas. E a vida exige sempre a ‘construção’ de novos conhecimentos com um uso crítico das concepções anteriormente adquiridas, enfatizando que a necessidade de conquistar o poder aprender, o poder fazer, o poder ser e o poder conviver, necessita não apenas dos conceitos, procedimentos e práticas matemáticas mas, também, a capacidade de usá-la adequadamente, individual e localmente, coletiva e regionalmente bem como de modo amplo, universal, humanitário.



## Conclusão

Na verdade, além da máxima de característica lúdica expressa na frase “Modelagem Matemática, **NÃO** use com moderação”. Neste texto procurei propor uma “atitude” diante da educação social que se recusa a deixar de lado, assuntos, problemas e construções de conhecimento com vistas a modificar o nossos assuntos, problemas e construções de conhecimento com vistas a modificar o nosso viver; como por exemplo: ‘mudar a História de nossas comunidades’. E a História, para poder ser mudada (para melhor!) exige EDUCAÇÃO. E a aprendizagem escolar, das diversas áreas do conhecimento que compõem o currículo são fundamentais. E a matemática, essencial a todas as disciplinas, pois propicia: no criar, no querer mudar, na insatisfação com o que ainda não é pleno. Para isso, precisamos – e muito! - de Matemática.

## Referências

- D’Ambrósio, U. **Etnomatemática: uma proposta pedagógica para a civilização em mudança**, in <http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/UbiPalesEncerramento.html>, in Primeiro Congresso Brasileiro de Etnomatemática Universidade de São Paulo Faculdade de Educação - FEUSP- 1 a 4 de novembro de 2000. São Paulo - SP. <http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/CBEm1-Novo.htm>. consultada em 01/09/2019.
- Dylan, B. - **Tangled up in Blues**, 1975. in <http://www.bobdylan.com> consultada em 12/03/2020.
- Maculan, N. **Combater o Obscurantismo: o papel dos(as) cientistas no século XXI**. O cientista do século XXI, IMECC - UNICAMP (Auditório IM), 15 e 16 de AGOSTO de 2019, REALIZAÇÃO: SBMAC, IMECC, CEPID-CeMEAI, PRP, PRPG. <https://www.ime.unicamp.br/eventos/cientista-seculo-xxi#p10>.
- Petrere Júnior, M., comunicação pessoal, Rio Claro, 1999.
- Meyer, J.F.C.A., Caldeira, A.D. e Malheiros, A.P.S., **Modelagem em Educação Matemática**, 2013, Autêntica, 144pp.
- Morin, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro** in <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EdgarMorin.pdf> , consultada em 19/08/2019.
- Skovsmose, O. **Educação Matemática Crítica – a Questão da Democracia**, 2001, Papirus Editora, 3ª edição, 160 pp.
- Freire, P. **Educação como Prática da Liberdade**, 1967, Paz e Terra, 149pp.
- Viola, P. **Coisas Do Mundo. Paulinho da Viola** 1968. <http://www.paulinhodaviola.com.br/portugues/discografia/disco.asp?cod=7&tipo=2> consultada em 12/03/2020.

## **Biografia Resumida**

---

**João Frederico da Costa Azevedo Meyer:** de apelido, Joni(UNICAMP/Campinas): Bacharel em Matemática , IMECC, UNICAMP (1970), Mestre em Matemática, IMECC, UNICAMP (1974), Doutor em Matemática, IMECC, UNICAMP (1989), e Livre-Docente em Biomatemática, IMECC, UNICAMP (2001).Atualmente é professor adjunto do Departamento de Matemática Aplicada do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da UNICAMP em Campinas, atuando na graduação e em programas de pós-graduação de algumas universidades no Brasil e fora. associado ativo de SBEM, SBMAC e SBPC.

**Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/9611168473482242>

**Contato:** [jmeyer@unicamp.br](mailto:jmeyer@unicamp.br)