

Resolução e Elaboração/Formulação de Problemas: uma experiência didática no 6º ano do Ensino Fundamental II

Sára Alves de Matos Rodrigues 

Célia Barros Nunes 

Resumo

Neste trabalho apresentamos uma experiência didática desenvolvida com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II recorrendo à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para promover o desenvolvimento do Pensamento Algébrico por meio da Elaboração/Formulação de problemas matemáticos. Recorreu-se a dados obtidos da aplicação de dois problemas selecionados dentro do conteúdo programático da turma, levando em consideração a necessidade do favorecimento da construção do Pensamento Algébrico e da Generalização Matemática. Os dados coletados evidenciaram que, além de possibilitar uma cultura de sala de aula onde os alunos assumem o papel de co-construtores do seu conhecimento, a metodologia seguida conduziu os estudantes a uma aprendizagem com significado e compreensão, oportunizando a reflexão, argumentação, discussão coletiva e a Elaboração/Formulação de novos problemas fazendo-os alcançarem a Generalização por meio do Pensamento Algébrico. Por fim, fica evidente que o uso de metodologias diferenciadas, sobretudo a de Resolução de Problemas segundo Onuchic (2021), ajudam professores no trabalho em sala de aula, tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio matemático, em especial quando se trabalha na perspectiva da Elaboração/Formulação de problemas, favorecendo a criatividade e autonomia nos alunos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Elaboração/Formulação de Problemas; Pensamento Algébrico.

Resolution and Elaboration/Formulation of Problems: a didactic experience with students of the 6th grade of Elementary School

**Sára Alves de Matos Rodrigues
Célia Barros Nunes**

Abstract

In this work we present a didactic experience developed with students of the 6th grade of Elementary School making use of the Mathematics Teaching-Learning-Evaluation Methodology through Problem Solving to promote the development of Algebraic Thinking through the Elaboration/Formulation of mathematical problems. Data from case studies of the application of two selected problems within the program content of the class were used, taking into account the need to favor the construction of Algebraic Thinking and Mathematical Generalization. The data collected showed that, in addition to providing a classroom culture where students assume the role of co-builder of their knowledge, the methodology followed led students to meaningful and understanding learning, opportunistic reflection, argumentation, collective discussion and the Elaboration/Formulation of new problems making them achieve Generalization through the promotion of Algebraic Thinking. Finally, it is evident that the use of differentiated methodologies, especially the Problem Solving according to Onuchic (2021), help teachers in the classroom work, with a view to promoting mathematical reasoning, especially when working from the perspective of problem Elaboration/Formulation, promoting the development of creativity and autonomy in students.

Keywords: Problem Solving; Elaboration/Formulation of Problems; Algebraic Thinking.

Resolución y Elaboración/Formulación de Problemas: una experiencia didáctica con alumnos del 6 año de la enseñanza primaria.

**Sára Alves de Matos Rodrigues
Célia Barros Nunes**

Resumen

En este trabajo presentamos una experiencia didáctica desarrollada con los alumnos del 6 año de la primaria haciendo uso de la Metodología de la Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de la Matemática a través de la Resolución de Problemas para promover el desarrollo del Pensamiento Algebraico por medio de la Elaboración/Formulación de problemas matemáticos. Se usaron datos de estudios del caso de la aplicación de dos problemas seleccionados dentro del contenido programático de clase llevando en consideración la necesidad del favorecimiento de la construcción del Pensamiento Algebraico y de la Generalización matemática. Los datos recopilados evidenciaron que, además de proporcionar una cultura de salón de clase donde los alumnos asumen el papel de constructor de su conocimiento, la metodología seguida condujo a los estudiantes a un aprendizaje con significado y comprensión, permitiéndoles una reflexión, una argumentación, discusión colectiva y a la Elaboración/Formulación de nuevos problemas haciéndolos lograr la generalización por medio de la promoción del Pensamiento Algebraico. Por fin, queda evidente que el uso de las metodologías diferenciadas, especialmente a de la Resolución de Problemas según Onuchic (2021), ayudan a los profesores en el trabajo en el salón de clase, teniendo en vista la promoción del raciocinio matemático, en especial cuando trabajarse la perspectiva de la Elaboración/Formulación de problemas, promoviendo el desarrollo de la creatividad y autonomía de los alumnos.

Palabras claves: Resolución de Problemas; Elaboración/Formulación de Problemas; Pensamiento Algebraico.

Introdução

O presente trabalho trata-se de uma experiência didática desenvolvida com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, a fim de observar e analisar de que modo a Elaboração/Formulação de Problemas em Matemática se desenvolve em sala de aula no contexto de uma prática de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, uma vez que essa é parte integrante do processo de ensino-aprendizagem na qual o aluno é desafiado a problematizar situações do dia a dia empregando sua própria linguagem, experiências e conhecimentos.

Os principais eixos norteadores da experiência são Resolução de Problemas, Elaboração/Formulação de Problemas e o Pensamento Algébrico. Eixos importantes que têm instigado e incitado à curiosidade de vários pesquisadores e educadores matemáticos. No que se refere à Resolução de Problema, Elaboração/Formulação de Problemas, alguns pesquisadores advogam em defesa da Resolução de Problemas como uma Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação muito eficaz para se trabalhar em sala de aula (MEDEIROS; SANTOS, 2007; ALLEVATO; ONUCHIC, 2011; ANDRADE, 2017; NUNES; SANTANA, 2017, ANDREATTA; ALLEVATO, 2020; SILVEIRA; ANDRADE, 2020). E, quanto ao pensamento algébrico, autores como (VALE et al, 2011; NUNES; RODRIGUES, 2019; PINHEIRO; VALE, 2013; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) também evidenciam pesquisas sobre esta temática.

Tais eixos compõem um dos principais pilares da Matemática, estão em constante conexão, e devem ser explorados ao longo de toda vida escolar, pois é uma forma privilegiada para o desenvolvimento do letramento matemático (BRASIL, 2019). É como um fio condutor para a progressão do currículo escolar nos anos subsequentes.

A perspectiva para que esse processo seja construído é pautar o trabalho numa transição que parte da autonomia e valorização da criatividade do aluno para ele poder interferir no conteúdo apresentado, explorando conceitos de modo informal para construir os formais, dando oportunidade ao aluno de fazer conexões, raciocinar e comunicar matematicamente.

Partindo dessas premissas, o trabalho aqui relatado aconteceu no contexto da Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, pois essa promove a oportunidade de explorar, investigar e conjecturar, desafiando os alunos a uma nova construção e/ou ressignificação de conhecimentos e conceitos matemáticos, estabelecendo conexões e aprofundamentos. O aluno, ao estudar no contexto dessa metodologia, pode ser capaz de perceber o sentido do conteúdo e seu significado, de forma a desenvolver o raciocínio, a comunicação e conseqüentemente uma matemática de nível elevado.

Especialmente nesse trabalho foram seguidos, mais especificamente os passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de

Problemas (RP) segundo a visão de Allevato e Onuchic (2021). Nessa metodologia o problema é o ponto de partida. É através dele que professor e alunos, num processo colaborativo em sala de aula, vão desenvolvendo o trabalho de construção de novos conhecimentos e consequentemente, novos problemas.

Diante dessas premissas, o texto foi elaborado pensando na seguinte estrutura: introdução; aporte teórico; o percurso metodológico; discussão e análise; e considerações finais.

Resolução de Problemas: uma relação simbiótica com a elaboração/formulação de problemas

Um dos objetivos centrais do ensino e da aprendizagem matemática é fazer o aluno pensar produtivamente a matemática importante que ele precisa aprender e, para isso, nada melhor que lhe apresentar ou propor situações problemas que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las. Essa é uma das razões pela qual a Resolução de Problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma estratégia fundamental do ensino e da aprendizagem matemática, uma das áreas mais ativas de investigação e exploração nas últimas décadas.

A Resolução de Problemas permite que os alunos expressem suas ideias justificando suas respostas e interferindo nos problemas propostos ao ponto de estendê-los ou modificá-los. Fazendo o uso dessa metodologia, a sala de aula se torna um espaço de investigação, exploração e reflexão. No momento em que possibilita aos alunos fazer matemática, oportuniza-os a ser co-construtores do conhecimento novo com significado e compreensão, além de construir uma imagem mais positiva da disciplina.

Novos conteúdos, conceitos e estratégias são construídos a partir do problema proposto, com a participação ativa dos alunos e a orientação do professor. Enquanto metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação em sala de aula, a Resolução de Problemas é uma das recomendações mais evidentes nas orientações curriculares (NCTM, 2000; BRASIL, 1998; BRASIL, 2018) por se tratar de uma metodologia que traz os alunos para o centro da aprendizagem matemática quando dar-se a eles a oportunidade de desenvolverem o letramento matemático, que é a capacidade que o aluno tem de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos, segundo a Matriz do Pisa (PISA, 2012 *apud* BRASIL, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) evidencia a Resolução de Problemas no currículo matemático ao dizer que a mesma “É uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual é, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. O compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, envolve a elaboração/formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos” (BRASIL, 2018).

Nesse mesmo pensamento, Allevato e Onuchic (2021) esclarecem que a Resolução de Problemas, ao ser considerada como uma metodologia de ensino, faz da compreensão o seu foco central e o seu objetivo. Ou seja, quando os professores ensinam Matemática através da Resolução de Problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão.

Nesse sentido, é importante entender o significado que se atribui ao termo “compreensão”, segundo Van de Walle

A compreensão pode ser definida como uma medida da qualidade e da quantidade de conexões que uma ideia tem com as já existentes. Compreender nunca é uma proposição “ou tudo ou nada”. Ela depende da existência de ideias apropriadas e da criação de novas conexões (VAN DE WALLE, 2009, p. 45).

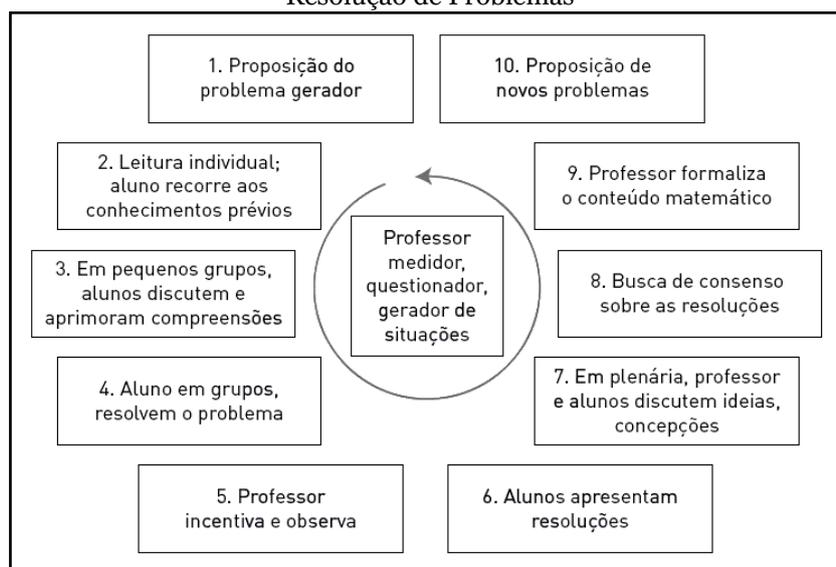
A potencialidade de contextualização e a possibilidade de tornar a sala de aula em um ambiente de construção de conhecimentos onde os alunos sentem-se estimulados a se expressar são características notáveis da Resolução de Problemas. À medida que os estudantes resolvem problemas, eles podem usar qualquer abordagem imaginável, extrair qualquer parte do conhecimento que aprenderam e justificar suas ideias de maneira que sintam ser convincentes.

O ambiente de aprendizado no ensino através da Resolução de Problemas proporciona “[...] um cenário natural para estudantes apresentarem várias soluções aos seus grupos ou turmas e aprenderem matemática através de interações sociais, negociação significativa e alcançando um entendimento em comum” (CAI; LESTER, 2012, p. 3, tradução nossa).

O trabalho em sala de aula com a Resolução de Problemas, em particular com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na sua versão mais atualizada, é orientado conforme os passos estabelecidos por Allevato e Onuchic (2021), buscando sempre observar o desempenho dos alunos durante a realização das atividades.

Além disso, contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, promovendo construção de conhecimento e gosto pelo fazer matemática; oportuniza a construção de conexões entre Aritmética e Álgebra para assim estabelecer significado aos símbolos.

Imagem 1: Descrição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

Podemos observar na imagem acima que o primeiro e o último passo tratam da Elaboração/Formulação de Problemas em Matemática. Evidenciando exatamente o objetivo principal da aula que é resolver e elaborar/formular problemas.

No que se refere aos termos elaboração, formulação e proposição de problemas, ainda há várias compreensões entre pesquisadores e educadores matemáticos sobre eles. Andreatta e Allevato tomam para si o termo elaboração de problemas que para eles

[...] é um processo de resolução de problemas não apenas para obter a resposta do problema em si, mas sim em um contexto mais amplo do problema, envolvendo a autonomia, a criatividade, a reflexão, o diálogo, a interpretação, a argumentação, a criação de diferentes estratégias, a habilidade para resolver diferentes problemas, assim como a competência para propor problemas e realizar problematizações (ANDREATA; ALLEVATO, 2020, p.4).

Quanto à formulação de problemas admitimos que trata de uma atividade fundamental no desenvolvimento da Matemática, para além de possuir grande potencial didático e, em associação com a Resolução de Problemas, é uma atividade importante que pode contribuir não apenas para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução. Silva, Morais e Santos (2022) acreditam que é por meio da formulação de um problema no contexto dos estudantes e por eles, o ensino da Matemática se tornará mais significativo tendo em vista que haverá reflexões e questionamentos sobre a realidade. Acrescentam os autores que a formulação de problemas é também um meio “de promover a pesquisa por parte dos estudantes no momento de investigarem outros problemas e refletirem sobre as possíveis modificações ou extensões desses problemas analisados” (SILVA, MORAIS E SANTOS, 2022, p. 45).

Silver (1996, p. 141) afirma que “A formulação de problemas refere-se quer à criação de novos problemas, quer à reformulação de problemas já existentes”, de modo a colocar o aluno em uma perspectiva de construção e criatividade, a fim de que o mesmo desenvolva o seu raciocínio matemático de forma independente e crítica. Destaca o autor que, dada à natureza das atividades de formulação de problemas, estas podem vir antes, durante ou depois da resolução de problemas. Boavida (2008) apresenta duas abordagens que incorporam a formulação de problemas, “E se em vez de?” e “Aceitando os dados”. Ao propor a formulação de problemas a partir de informações contidas em um problema já existente e da modificação ou restrição de aspectos dele, trabalha-se com a abordagem “E se em vez de?”, que trata da modificação de problemas. Na abordagem designada por aceitar dados, propõe-se a formulação de problemas a partir de um conjunto de dados (expressões, tabelas, imagens etc.) e da definição de objetivos que sejam incorporados pelo problema. Tanto os aspectos vistos por muitos de forma dissociada da Matemática (criatividade e atratividade, por exemplo) quanto aspectos naturalmente contemplados pela disciplina (busca por otimização, compreensão ou apropriação conceitual) podem ser incorporados às atividades de formulação de problemas.

Silver (1996) apresenta três conclusões a que chega a partir das investigações em torno da formulação de problemas: primeiro, é claro que as tarefas de formulação de problemas podem fornecer aos investigadores, tanto uma janela através da qual observar o pensamento matemático dos alunos, como um espelho onde são refletidas as suas experiências matemáticas. Segundo, as experiências de formulação de problemas fornecem um campo potencialmente rico no qual se pode explorar a interligação entre as dimensões cognitiva e afetiva da aprendizagem da Matemática pelos alunos. Por último, é necessária uma investigação muito mais sistemática sobre o impacto das experiências de formulação de problemas nas capacidades dos alunos formularem problemas, resolverem problemas, compreenderem ideias matemáticas.

No que se refere à proposição de problemas, Silver (1994, p. 19) diz: “[...] a proposição de problemas se refere tanto à geração de novos problemas quanto à reformulação de determinados problemas”. Sendo assim, optamos por trabalhar com termo *Elaboração/Formulação* de problemas, levando em consideração que as suas definições possuem um só objetivo, objetivo esse que se ampara no significado da proposição de problemas definida acima. A elaboração e a formulação são consideradas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) como uma atividade em que os alunos criam problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento.

É importante destacar que, na formulação de problemas, o aluno é desafiado a problematizar situações do dia a dia usando a sua própria linguagem, vivências e conhecimentos e, nesse sentido, Nunes e Vidal (2018), salientam que o professor ao trabalhar

com a formulação de problemas deve dar especial atenção a alguns aspectos: um é usar as formulações apresentadas pelos alunos no sentido de os orientar para uma exploração matematicamente rica. Outro é saber aproveitar as situações que ocorrem na sala de aula, quer sejam provocadas ou ocasionais, para proporcionar atividades de formulação de problemas: um aniversário, uma visita de estudo ou a celebração de um Dia Mundial. Usaremos esses entendimentos e definições para conduzir a experiência aqui apresentada.

Pensamento Algébrico

A Matemática, por muitos anos, foi enxergada como uma ciência exata, muito rigorosa, cheia de memorização de fórmulas e regras. O Parâmetro Curricular Nacional - PCN Matemática (BRASIL, 1998), apresenta alguns dados que comprovam a falta de sucesso no ensino da Álgebra, tantos nas pesquisas em educação quanto nas avaliações promovidas nas escolas. Nelas, o desempenho dos alunos raramente atinge 40% de acertos em muitas regiões do país. Esses dados fazem com que os professores sobrecarreguem os alunos com repetições mecânicas na tentativa de melhorar esse desempenho.

Entretanto, a realidade dos dias atuais promoveu uma renovação curricular em diversos países e fez com que a Matemática fosse associada com a vida diária dos estudantes, promovendo autonomia e reflexão no processo da construção do conhecimento. No intuito de modificar um ensino pautado na manipulação de símbolos e repetição de exercícios, surge o Pensamento Algébrico. Um dos percursos dessa ideia foi James Kaput (2008), citado por Ponte, Branco e Matos (2009) ao considerar que os alunos se envolvem no processo de Generalização por meio de observações e análises e conseguem conjecturar e argumentar fazendo o uso da linguagem natural, diagramas, tabelas, fórmulas ou símbolos matemáticos, ao desenvolverem o Pensamento Algébrico. O PCN defende que:

É mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. Existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra (BRASIL, 1998, p.16).

Quando o aluno é capaz de calcular o valor desconhecido em um problema matemático, nesse momento ele está introduzindo o Pensamento Algébrico, mesmo que ainda não consiga atribuir um símbolo que o represente. Dessa forma, o Pensamento Algébrico é definido por Blanton & Kaput (2005, p. 143), como:

Um processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma

simbólica apropriada à sua idade (BLANTON; KAPUT, 2005 apud MESTRE E OLIVEIRA, 2011, p. 2).

Vários pesquisadores defendem um ensino da Álgebra desde os anos iniciais (BRANCO, 2013; KIERAN, 2007; CANAVARRO, 2007; MESTRE; OLIVEIRA, 2011), recorrendo a contextos matemáticos e não matemáticos, que contribuam para uma aprendizagem com compreensão no estudo posterior formal da Álgebra.

Na visão de Branco (2013), a perspectiva de iniciar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos primeiros anos exige um aprofundamento, por parte dos professores, da compreensão da Álgebra, do que esta envolve e onde está presente e, também, das suas relações com outros temas matemáticos. Neste sentido, é importante que estes aspectos sejam identificados nos documentos curriculares e que seja o foco de trabalho na formação inicial e continuada, no domínio do conhecimento científico e didático, e na investigação em Educação Matemática.

Isso vai evoluindo ao longo dos anos de escolarização e fazendo com que assuntos não necessariamente algébricos, passem a ter um tratamento algébrico. Os alunos começam a desenvolver um alto nível de compreensão na Matemática e avançam dando expressivamente significado ao que é aprendido.

Podemos então dizer que o Pensamento Algébrico preza a capacidade de lidar com várias composições matemáticas, usando-as na interpretação e resolução de problemas matemáticos. Valorizando não apenas a manipulação do símbolo, mas principalmente o sentido desse símbolo no contexto inserido. Fazendo que o aluno seja capaz de interpretar de forma criativa, estabelecendo relações existentes entre os objetos, destacando que esse desenvolvimento é favorecido no estudo de padrões e regularidades.

Dentro dessa perspectiva, o símbolo é considerado como um dos elementos do Pensamento Algébrico. Ponte diz que:

Aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas (PONTE, 2009, p.10).

Na promoção do Pensamento Algébrico deve dar-se atenção aos objetos e às relações existentes entre eles, procurando representar essas relações e raciocinar de modo geral sobre elas (Ponte, 2006).

O Pensamento Algébrico abrange três vertentes como mostra o quadro a seguir:

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do Pensamento Algébrico

Representar	Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; Traduzir informações representadas simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	Relacionar (em particular, analisar propriedades); Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	Usar expressões algébricas, equações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: PONTE, BRANCO E MATOS, 2009.

Essas vertentes tratam de um conjunto de ações e habilidades que vão sendo desenvolvidas durante os anos, possibilitando aos alunos fazerem relações entre a Aritmética e a Álgebra, ou seja, construir a Álgebra a partir da Generalização da Aritmética, dando um significado ao símbolo.

Ainda nesse sentido é imprescindível o papel do professor para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Este, precisa estimular desde os primeiros anos de escolaridade a capacidade dos seus alunos de pensar genericamente, identificar as regularidades e evidenciar essas regularidades por meio de expressões matemáticas.

Não é simples, mas é possível que os professores criem estratégias e permitam que os alunos consigam enxergar o ensino da Álgebra de uma forma mais positiva e com significado. O desenvolvimento do Pensamento Algébrico promove sentido para a aprendizagem da Álgebra, cria relações com a realidade e estimula nos alunos o poder da reflexão para poderem estabelecer conexões entre os objetos estudados (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009).

Contextualização e Procedimentos Metodológicos

A ideia da escrita deste artigo partiu de uma oficina online em que as autoras apresentaram parte de suas experiências didáticas com a resolução e formulação de problemas na aprendizagem da Álgebra, de modo a trabalhar e estimular o pensamento algébrico de uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental II, no que se refere ao uso da linguagem algébrica e ao domínio de métodos formais de natureza algébrica.

As autoras desse trabalho são professoras pesquisadoras que estão sempre a fazer de suas salas de aula um verdadeiro laboratório, buscando, nesse espaço, valorizar a exploração e a investigação em Matemática, de modo a estimular seus alunos à prática da pesquisa com viés na Resolução de Problemas, especificamente com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, articulada com a Formulação de Problemas.

A experiência didática decorreu ao longo de algumas aulas de Matemática, no 6º ano de escolaridade, numa turma de 22 alunos, com idade variando entre 11 anos e 12 anos, organizados em (duplas, trios, grupos). Tal experiência se deu levando em consideração as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) ao sugerir que os problemas utilizados nas aulas de Matemática não devem ser de exclusiva criação dos professores, mas, também dos alunos.

Segundo Kilpatric (1987), os alunos estão sempre resolvendo problemas propostos por outras pessoas, enquanto na realidade, a maior parte dos problemas são criados e descobertos pelo solucionador. Ellerton (1986), enfatiza também que nas experiências escolares os alunos são pouco incentivados a escrever e criar em Matemática. A Matemática fica muito restrita ao ato de resolver.

Diante das ideias acima e do projeto de trabalho que foi desenvolvido pela professora pesquisadora (primeira autora), a experiência didática configurou-se como uma investigação de abordagem qualitativa que priorizou a compreensão da dinâmica da sala de aula, a investigação das atividades que auxiliaram no ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, conforme sugerem (BORBA, ALMEIDA e GRACIAS, 2018). Segundo eles, “[...] esse tipo de pesquisa dá ênfase a compreensão de um modo mais profundo, em um processo bastante extenso, [...] que valoriza a voz dos participantes da pesquisa como uma característica fundamental das pesquisas que envolvem humanos”, principalmente no processo educacional e suas relações, contrapondo a premissa de um conhecimento definitivo baseado apenas em processos estatísticos.

É também um tipo de pesquisa que decorre sobretudo do propósito do estudo na qual se pretende compreender o fenômeno a investigar em um contexto natural em que a professora além de assumir o duplo papel professora/pesquisadora, na realização deste estudo, pôde ser observadora participante com um papel privilegiado na recolha de dados como apontam Ludke e André (1986) ao reforçarem a ideia de que o pesquisador é a fonte primordial da recolha de dados.

Outra característica fundamental nas pesquisas qualitativas é que a coleta e a análise dos dados é descritiva, ou seja, “[...] o material obtido nessas pesquisas é rico em descrições de pessoas, situações, acontecimentos; inclui transcrições de entrevistas e de depoimentos, desenhos e extratos de vários tipos de documentos” (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p.12).

Descrição metodológica da experiência didática

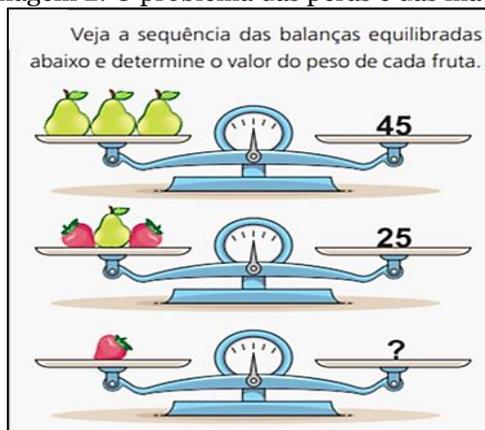
A experiência aqui descrita faz parte de um recorte de uma aula que tinha como objetivo que os alunos compreendessem o que é uma igualdade e quais suas características, ou seja, descobrir valores desconhecidos de uma igualdade para poderem **resolver e elaborar/formular problemas** envolvendo a divisão de duas partes desiguais.

Foram dois problemas extraídos do caderno Objetivo (2021), respeitando o programa de ensino e com um nível crescente de dificuldade. O primeiro problema teve como objetivo levar os alunos a construírem a ideia da igualdade e da variável (termo desconhecido) e o segundo, de expressões algébricas e a divisão do inteiro em partes desiguais.

Primeiro problema: Objetivos específicos:

Identificar as variáveis envolvidas nas sequências apresentadas;
Reconhecer as relações entre as variáveis;
Compreender o significado da variável;
Expressar em linguagem simbólica as relações encontradas.

Imagem 2: O problema das peras e das maçãs



Fonte: Caderno Objetivo (2021)

O primeiro problema aplicado, explora a igualdade e o reconhecimento da variável. A ideia principal é que os alunos analisem os casos isolados para perceber a generalização da relação Matemática e a relação entre as variáveis.

Seguindo os passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, começamos apresentando o problema e pedindo que os alunos fizessem a leitura individual. Após a leitura individual foi solicitado que eles formassem grupos e discutissem o problema junto com os colegas para pensarem em uma estratégia para resolvê-lo.

Inicialmente eles exploraram as balanças de maneira particular, uma por vez, sem criar relações entre elas. Logo depois, alguns alunos começaram a questionar se as frutas iguais não deveriam ter o mesmo valor em todas as situações. Esse foi o ponto de partida para uma discussão bem enriquecedora, afinal, é por meio da interação e do debate de ideias que a aprendizagem emerge. Nunes e Santana ressaltam que o professor deve, “[...] deixar de ensinar simplesmente expondo e começar a deixar os estudantes atribuírem significado à Matemática que eles estão aprendendo, criando, dessa forma, o espírito de pesquisa, de confiança” (NUNES; SANTANA, 2017, p. 4).

Durante todo o processo, observou-se o modo como eles se inteiravam, quais as impressões que tinham o modo como lidavam com a ideia do outro. Percebemos que muitos demonstravam insegurança pedindo sempre que confirmasse se estava correto. Nesse momento houve incentivo e estímulo por parte da professora, sem interferência na resolução do problema, apenas buscando transmitir segurança, pedindo-lhes que continuassem e debatessem com o grupo para chegarem a um consenso.

Depois das trocas de ideias, os grupos chegaram as suas conclusões e compartilharam suas justificativas em plenária. Observou-se que as soluções foram tendendo sempre para a Aritmética por meio de tentativas sucessivas, mesmo que esses escrevessem os seus pensamentos, conseguindo atingir a ideia da incógnita, eles não conseguiam expressar isso simbolicamente. Nesse momento, foi necessário conduzir as discussões com o objetivo de que os alunos conseguissem perceber que as frutas eram uma representação simbólica.

Durante a exploração em forma de plenária, os alunos conseguiram transpor a linguagem natural para a linguagem simbólica de forma coletiva e com significado. Foi perceptível nos momentos das discussões em sala de aula, a promoção de uma construção coletiva da Generalização e a evolução das suas formas de expressão da linguagem natural para uma linguagem progressivamente mais simbólica.

A forma como decorreu a exploração coletiva desta tarefa vem ao encontro das perspectivas de Mestre e Oliveira (2011), ao considerarem a atividade de Generalização como um processo dinâmico e coletivo, não se baseando apenas no produto de um só aluno, mas na interação do grupo.

Segundo problema: Objetivos específicos:

Estimular o registro organizado do raciocínio e das estratégias usadas para a resolução do problema;

Explorar o uso da variável;

Expressar a linguagem natural em linguagem simbólica;

Dividir o inteiro em partes desiguais.

Imagem 3: O problema do par de meias e sapatos.



Fonte: Caderno Objetivo (2021)

Como no problema anterior, seguimos todos os passos da dinâmica da metodologia de Resolução de Problemas. O problema aplicado deixou os alunos livres para estabelecer suas próprias estratégias e explicar seu raciocínio. Acreditou-se em uma exploração coletiva muito rica, pois o problema poderia ser desenvolvido de várias maneiras, inclusive pelo método algébrico. Desse modo, o confronto das várias estratégias possíveis, iriam favorecer a formalização dos conceitos estudados durante a realização do outro problema, mostrando a eficácia do uso da resolução algébrica.

Ao escolher a tarefa, a professora havia estabelecido os principais objetivos que deveriam ser alcançados, sempre estimulando o registro das estratégias, explorando o uso da variável para representar os valores desconhecidos e conseqüentemente o desenvolvimento da equação do 1º grau na transposição da linguagem natural para a linguagem simbólica. Além disso, havia também uma preocupação em contemplar os conteúdos do programa curricular da turma.

A primeira estratégia dos grupos foi começar fazendo tentativas para encontrar a resposta correta, mas não se atentaram para o que dizia o enunciado. O problema trabalhava a divisão em partes desiguais e foi necessário a intervenção da professora para alertá-los sobre isso. Ressaltou ainda que eles precisavam seguir todas as instruções fornecidas pelo problema e aproveitou para estimular que os alunos usassem símbolos para representar as informações desconhecidas no problema. Depois das intervenções feitas, os alunos avançaram na resolução do problema, usando os símbolos (escolhido por eles) para representar a quantidade do valor que seria destinado a cada item. Perceberam que deveriam dividir o valor total por quatro, onde o par de meias ficaria representada por uma dessas quatro partes e o par de sapatos representado por três dessas quatro partes já que o enunciado dizia que o par sapatos custava o triplo do valor do par de meias.

Imagem 4: Resolução do problema

$$\square + \square + \square + \square = 120$$

par de meias par de sapatos

Fonte: Produção dos alunos

Concluíram então que o par de meias custava 30 reais e o par de sapatos 90 reais, totalizando os 120 reais gastos na compra.

Imagem 5: Solução final do problema

$$\boxed{30} + \boxed{30} + \boxed{30} + \boxed{30} = 120$$

par de meias par de sapatos

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 3 \\ \hline 90 \\ + 30 \\ \hline 120 \end{array}$$

Fonte: Produção dos alunos

Eles perceberam que quando usavam o símbolo para representar os valores desconhecidos o problema ficava mais fácil de ser resolvido. Outro ponto observado é que os símbolos iguais representavam valores iguais por isso foi possível dividir o 120 em quatro partes iguais. Os alunos já foram capazes de entender o sentido da variável e conseguiram desenvolver a expressão algébrica em consenso coletivo. Apesar de ainda recorrerem à tentativa e erro, pois estes ainda não haviam estudado a resolução da equação do 1º grau.

Foi possível observar que eles se aproximavam do que dizem Mestre e Oliveira (2011) onde ressaltam que muitos problemas matemáticos podem ser resolvidos através da observação dos casos especiais, da organização sistemática dos resultados, encontrando um padrão e usando-o para obter a resposta. A esse tipo de problemas elas chamam de problemas de Generalização, que podem ser diferenciados em dois tipos: *generalização próxima* e *generalização distante*. Na *generalização próxima*, a questão formulada pode ser resolvida passo-a-passo por contagem ou desenho. Na *generalização distante*, a questão não pode ser resolvida a partir de uma abordagem passo-a-passo, o aluno tem de construir e usar uma regra geral.

Nesse caso, os alunos recorreram à *generalização próxima*, pois usaram o passo-a-passo por meio da contagem e do símbolo para representar o valor desconhecido, analisando os casos especiais para encontrarem um padrão que fornecesse a resposta ao problema. Aproveitamos esse momento para formalizar os conceitos pretendidos. Testamos a ideia apresentada em outras situações, atendendo ao pedido de alguns alunos, pois esses queriam ter certeza de que a estratégia funcionaria em qualquer situação.

Os objetivos do problema, que eram estimular o registro do raciocínio e das estratégias adotadas, explorar o uso da variável na transposição da linguagem natural em linguagem simbólica e por fim, dividir o inteiro em partes desiguais, havia sido alcançado. Percebemos que os alunos, quando estimulados, já começam a utilizar os símbolos para representar um valor que ainda não foi determinado. Assim, fica evidente que as plenárias favorecem a construção coletiva das ideias acerca dos problemas, promovem significado e compreensão na utilização do símbolo e conseqüentemente levam os alunos a generalizar por meio do desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Essas ideias se consolidam com as perspectivas estabelecidas por Allevato e Onuchic quando dizem que:

Ligações entre o uso de números, em Aritmética, e o uso de letras, na Álgebra, são raramente abordados quando se passa a estudar Álgebra regularmente. Em geral, não se dá aos estudantes a oportunidade de construir conexões explícitas entre esses dois domínios. Assim, deve-se considerar como pré-algébrica aquela área de aprendizagem matemática na qual os estudantes constroem sua álgebra a partir de sua aritmética, isto é, a construir significado para os símbolos e as operações da Álgebra em termos do seu conhecimento de Aritmética (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p. 6).

Para finalizar o trabalho, partimos para o último passo abordado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a proposição de novos problemas que, neste trabalho, abordamos por meio da Elaboração/Formulação de novos problemas matemáticos.

Atualmente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destaca como uma das competências gerais da educação básica

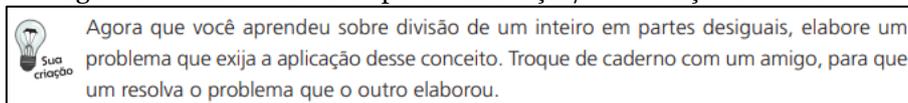
Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9).

Mais especificamente orientando o ensino da Matemática, diz que:

Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. Assim, algumas habilidades formuladas começam por: “resolver e elaborar problemas envolvendo...”. Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado o se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 277).

Para atingir essas competências, apresentamos um encaminhamento para que os alunos Elaborassem/Formulassem problemas. Consideramos esse encaminhamento como uma proposta orientada, pois a intenção é que os alunos deem continuidade ao conteúdo abordado na resolução dos problemas anteriores. Trabalhamos também com a troca de problemas entre alunos. Essa troca garante que os alunos se sintam desafiados a Elaborar/Formular bons problemas, visto que, eles precisam ser desafiadores para os colegas que irão resolvê-los.

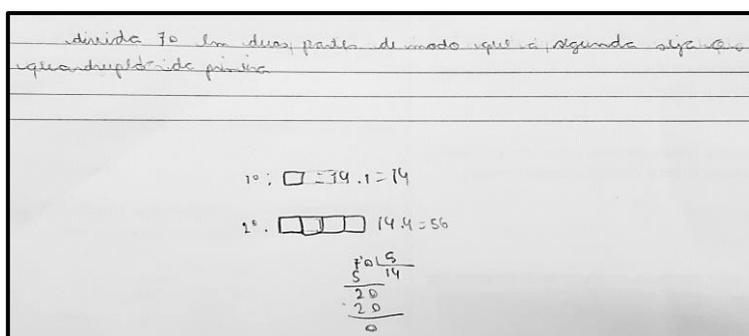
Imagem 6: Encaminhamento para Elaboração/Formulação de Problemas



Fonte: Caderno Objetivo (2021)

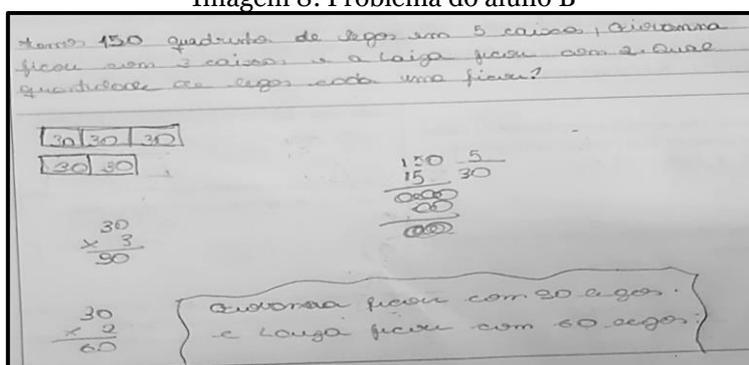
Mais uma vez o papel do professor foi fundamental nesse encontro. Ele pôde estimular seus alunos a expressarem sua autonomia e criatividade para interferir no conteúdo que fora trabalhado. Observamos que os alunos reagiram de maneira distinta uns dos outros, alguns optavam por modificar as informações dos problemas vistos anteriormente, como: alterar a pergunta, o enunciado, os dados. Pôde-se observar também a expansão dos problemas já vistos, eles acrescentavam informações aos problemas, estendiam a pergunta, aumentavam o nível de dificuldade e ampliavam o conteúdo trabalhado. Todas essas ações são fundamentadas e defendidas segundo Silver (1996). É certo que considerando o nível de aprendizagem particular de cada um, suas preferências, o nível de criticidade e criatividade de cada indivíduo, houve casos que esses apresentavam maior dificuldade para desenvolver o seu problema. Selecionamos algumas criações para tecer observações pertinentes sobre elas.

Imagem 7: Problema do aluno A



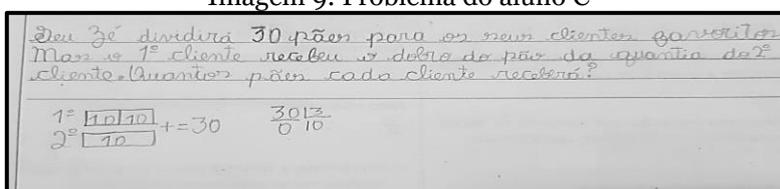
Fonte: Produção dos Alunos

Imagem 8: Problema do aluno B



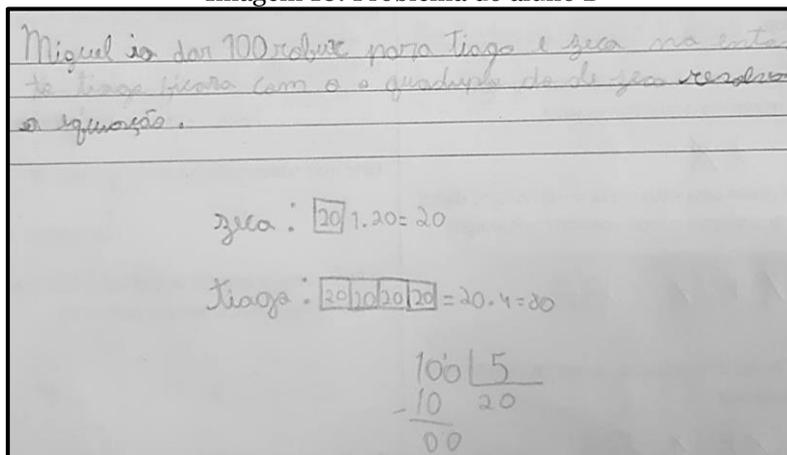
Fonte: Produção dos Alunos

Imagem 9: Problema do aluno C



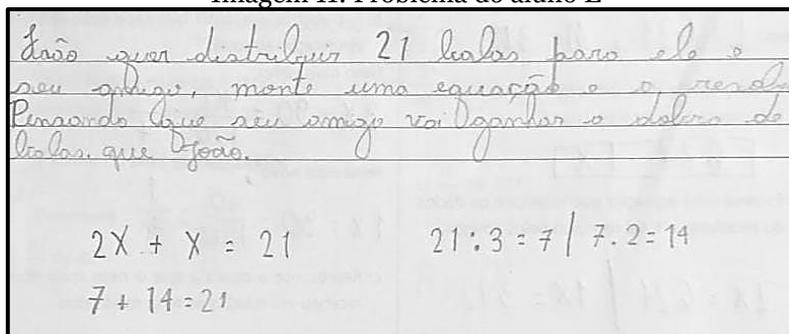
Fonte: Produção dos Alunos

Imagem 10: Problema do aluno D



Fonte: Produção dos Alunos

Imagem 11: Problema do aluno E



Fonte: Produção dos Alunos

Observando as criações dos alunos conseguimos perceber a diversidade de informações e dados dos enunciados. As criações são únicas, cada aluno expressa sua criatividade de maneira muito particular, levando em consideração as suas preferências, vivências do dia a dia, nível de aprendizagem, ... Em todos os casos é possível perceber a autonomia alcançada pelos alunos para Elaborar/Formular os enunciados dos seus problemas que, segundo Van de Walle (2009), quando o professor propicia o desenvolvimento da autonomia no aluno, a aprendizagem é naturalmente adquirida com significado e compreensão.

Segundo Van de Walle (2009, p. 45) “[...] a compreensão pode ser definida como uma medida da qualidade e da quantidade de conexões que uma ideia tem com as já existentes”. A compreensão depende da existência de ideias apropriadas e da criação de novas conexões. Quanto maior o número de conexões em uma rede de ideias já desenvolvidas, melhor a compreensão e conseqüentemente, a aprendizagem se dará. Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar – NCTM (2000), evidencia o Princípio da Aprendizagem e aponta que a aprendizagem compreensiva é essencial e possível. Ou seja, todas as crianças podem e devem aprender Matemática com compreensão.

No problema do aluno A, observa-se que ele optou por um enunciado mais sucinto. Os alunos B e D abordaram os jogos que eles gostam e fazem uso e, os alunos C e E falaram sobre episódios do dia a dia. Apesar da distinção entre as ideias utilizadas na Elaboração/Formulação dos problemas, todos demonstraram terem domínio sobre o conteúdo, comprovando assim que haviam compreendido e foram capazes de fazer interferências significativas ao ponto de Elaborar/Formular novos problemas.

Nas resoluções dos problemas, foi possível identificar que os alunos compreendiam a Generalização em suas diversas formas, sejam expressas por símbolos como também pela argumentação e compreensão das ideias que se configuram no desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Os alunos já estavam generalizando e fazendo a transposição da linguagem natural para a linguagem simbólica usando expressões algébricas, pois haviam compreendido o significado da variável.

Allevato e Possamai (2022) esclarecem que assim como a resolução de problemas, a Elaboração/Formulação de problemas promove a compreensão dos conteúdos, o desenvolvimento do raciocínio matemático e das habilidades de comunicação, aumenta o interesse pela matemática, estimula a criatividade e a autonomia, conecta a matemática aos interesses pessoais dos alunos e melhora o processo de leitura, interpretação e consequentemente a compreensão de problemas.

Considerações Finais

O trabalho apresentado abordou uma experiência didática em sala de aula com a aplicação de dois problemas segundo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) com o objetivo de promover um ambiente de aprendizagem que favorecesse o desenvolvimento do Pensamento Algébrico e consequentemente uma aprendizagem com significado e compreensão para que os alunos fossem capazes de resolver e Elaborar/Formular outros problemas em matemática.

Os acontecimentos foram diversos e a eficácia do compartilhamento de ideias e da argumentação delas foram essenciais para chegarmos ao consenso e a formalização dos conceitos algébricos presentes em cada problema. Nessa perspectiva, o aluno assumiu um papel participativo e autônomo sendo co-construtor do seu próprio conhecimento e o professor, o papel de mediador de todo esse processo, estimulando e orientando os alunos para esses conseguirem alcançar os objetivos estabelecidos.

Considerando como foi conduzido o processo de simbolização, podemos considerar satisfatória os produtos finais obtidos, pois o desenvolvimento da linguagem simbólica se deu de forma gradual e com significado. Destacamos ainda que, a promoção do Pensamento Algébrico favoreceu o desenvolvimento da Generalização e a professora teve um papel crucial

nessa dinâmica ao promover esse ambiente de Resolução de Problemas, encorajando e levando seus alunos a reformularem suas justificações e posteriormente Elaborarem/Formularem seus próprios problemas. Vale ainda destacar que essa interação com os alunos, sempre transmitindo segurança e incentivo, fez com que eles se entusiasmassem e não desistissem do processo, validando o sucesso do trabalho.

Desse modo, espera-se que as experiências vivenciadas e apresentadas neste trabalho possam estimular os professores a atuarem de forma reflexiva, lembrando que a promoção de um ambiente favorável para a construção do Pensamento Algébrico é capaz de fazer com que os alunos generalizem as expressões em linguagem natural e aprendam a Álgebra de forma prazerosa por meio das relações estabelecidas na Aritmética. Para além, “[...] na proposição de problemas os alunos empregam os conhecimentos já apreendidos, constroem novas experiências e desenvolvem a criatividade” (SILVA, 2016, p. 39).

A legitimidade da proposta apresentada é fundamentada através dos seus resultados, que evidenciaram os benefícios da utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula tendo em vista a promoção do raciocínio matemático, em especial do Pensamento Algébrico por meio da exploração da Elaboração/Formulação de novos problemas em Matemática.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, v. 25, n.41, p. 73-98, dez., 2011.
- _____. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G; NOGUTI, F. C.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. Jundiá: Paco, 2021, p. 40-62.
- ALLEVATO, N. S. G.; PASSAMAI, J. P. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate**. Montes Claros (MG), Brasil, v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022.
- ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemáticos no cotidiano da sala de aula. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Org.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 355- 395.
- ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**. Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-23, 2020.

- BOAVIDA, A. M. R. et al. (Orgs.) **A experiência matemática no ensino básico**: programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC, 2008.
- BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: Diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica, 2018, p. 128.
- BRANCALHÃO, A. et al. **Coleção didática do Sistema de Ensino Objetivo (6.º ao 9.º ano)**. Apostila de sala de aula. 2021. Disponível em: <https://www.objetivo.br/arquivos/cadernos/EF_2/2021/1bimestre/cad_C1_6ano_1bim_matematica.pdf>. Acesso em: 01 de fevereiro 2021.
- BRANCO, N.V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico na formação inicial de professores nos primeiros anos**. 2013. 530 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, Instituto de Educação. Lisboa, Portugal, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação (Org.). **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 18 de maio de 2019.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2018.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CAI, J.; LESTER, F.. **Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno?** Tradução de Antônio Sergio Abrahão Monteiro Bastos e Norma Suely Gomes Allevato. Boletim GEPEM. Rio de Janeiro. n. 60, p. 241-254, jan./jun. 2012.
- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**. Lisboa. v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.
- ELLERTON, N. F. Children’s made-up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. **Educational Studies in Mathematics**, V. 17. 1986.
- KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. KAPUT, D.; CARRAHER, M.; BLANTON (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008, p. 5-17.
- KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrant**, v. 16, n. 1, p. 5-26, 2007.

- KILPATRICK, J. Problem formulating: Where do good problems come from? In: SCHOFFEL, A. H. (Ed.) **Cognitive science and mathematics education**. Nova York: Routledge, 1987. p. 123-147.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986.
- MEDEIROS, K. M.; SANTOS, A. J. B. Uma Experiência Didática com a Formulação de Problemas Matemáticos. **ZETETIKÉ - Cempem – FE**. Unicamp. v. 15, n. 28, jul./dez. 2007.
- MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In: GUIMARÃES, C.; REIS, P. **Professores e Infâncias: Estudos e experiências**. São Paulo: Junqueira & Marin Editores, 2011, p. 201-223.
- NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and standards for school mathematics**. Virginia: NCTM, 2000.
- NUNES, C. B.; RODRIGUES, S. A. M. A Álgebra e a capacidade de Generalização por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II. **TRIVIUM - Revista Eletrônica Multidisciplinar da Faculdade do Centro do Paraná**. Pitanga: UCP, v. 6, n. 3, jul./dez. 2019.
- NUNES, C. B.; SANTANA, E. R. S. Resolução de Problemas: um caminho para aprender e fazer matemática. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 1, jan./fev, 2017.
- NUNES, C. B.; VIDAL, T. C. Resolução e Formulação de Problemas no desenvolvimento do raciocínio combinatório. **Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v. 2, n. 4, setembro-dezembro/ 2017, p. 80-104.
- PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, T. et al. **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006, p. 5-27.
- PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.
- SILVA, S. V. P. **Ideias/significados da multiplicação e divisão: o processo de aprendizagem via Resolução, Exploração e Proposição de Problemas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental**. 2016. 170 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Centro de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande.
- SILVA, J., MORAIS, B. M., & SANTOS, G. H. A utilização do Cinema nas aulas de Matemática na perspectiva da Resolução de Problemas. **Com a Palavra, O Professor**, 6(16), 2021, p. 33-55. <https://doi.org/10.23864/cpp.v6i16.711>

SILVER, E. A., Acerca da Formulação de Problemas de Matemática. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C., PONTE, J. P. (Eds.) **Investigar para Aprender Matemática**. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1996. p. 139-162.

_____. On mathematical problem posing. **For the Learning of Mathematics**, v. 14, n. 1, p. 19-28, feb. 1994.

VALE, I. et al. **Padrões em Matemática**: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa, 2011.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de professores e aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Editora Artmed, 2009.

Biografia Resumida

Sára Alves de Matos Rodrigues: Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia e especialização em Educação Matemática pela Universidade do Estado da Bahia. Atualmente é professora de matemática do Ensino Fundamental II no Colégio Anchieta Objetivo em Teixeira de Freitas – Bahia.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4777023418679234>

Contato: sra.allves@gmail.com

Célia de Barros Nunes: Possui graduação em Licenciatura em Ciências com Habilitação em Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz, Mestrado em Matemática pela Universidade Federal da Bahia e Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Pós-doutorado pela Universidade de Lisboa, no Instituto de Educação no Programa Didática da Matemática. Professora Plena da Universidade do Estado da Bahia, DEDC X. Coordenou o Colegiado de Matemática (2014 – 2016). Coordenou o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência no DEDC X (2015 – 2016). Atualmente é coordenadora do curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade do Estado da Bahia (DEDC X).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5885292919107897>

Contato: celiabns@gmail.com