Teoria das Situações Didaticas: uma proposta de ensino de Inequações utilizando a Régua Trigonometrica

Weriton de Souza Lobo
Gilson Bispo de Jesus
Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa na qual se utilizou o material manipulável Régua Trigonométrica como instrumento para instigar a aprendizagem de inequações. Teve-se como objetivo investigar as possíveis contribuições desse material para o ensino e a aprendizagem de inequações trigonométricas, tomando como referência o seno de um arco e com base na Teoria das Situações Didáticas. A hipótese era que a aplicação de uma sequência de atividades que tomasse como referência esse material, poderia favorecer uma aprendizagem com mais significado por parte dos alunos. A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau, favoreceu a construção do conhecimento matemático pelo próprio educando. Os aspectos metodológicos tiveram como base a pesquisa qualitativa, juntamente com alguns pressupostos da Engenharia Didática, o que contribuiu para o alcance do objetivo. Como resultado, verificou-se que o uso deste material manipulável auxiliou no processo de aprendizagem dos estudantes colaboradores da pesquisa. Após a aplicação das atividades, observou-se que os alunos aprimoraram e/ou construíram conhecimentos a respeito do objeto matemático destacado.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Teoria das Situações Didáticas. Inequações Trigonométricas. Régua Trigonométrica.

ISSN 2526-2882

Theory of Didatical Situations: a proposal of Inequating teaching using the Trigonometric Ruler

Weriton de Souza Lobo
Gilson Bispo de Jesus
Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Abstract

This paper presents a research in which the manipulable Trigonometric Ruler material was used as an instrument to instigate the learning of inequalities. The objective was to investigate the possible contributions of this material to the teaching and learning of trigonometric inequalities, taking as reference the sine of an arc and based on the Theory of Didactic Situations. The hypothesis was that the application of a sequence of activities that took as reference this material, could favor a learning with more meaning on the part of the students. The Theory of Didactic Situations of Guy Brousseau favored the construction of mathematical knowledge by the student himself. The methodological aspects were based on qualitative research, together with some assumptions of Didactic Engineering, which contributed to the achievement of the objective. As a result, it was found that the use of this manipulative material aided in the learning process of the students collaborating in the research. After the application of the activities, it was observed that the students improved and / or built knowledge about the outstanding mathematical object.

Keywords: Mathematics Teaching. Theory of Didactic Situations. Trigonometric Inequations. Trigonometric Ruler.

Considerações iniciais

Esta pesquisa surgiu a partir de questionamentos a respeito do uso do material manipulável Régua Trigonométrica para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria. Com base em experiências prévias, percebeu-se algumas dificuldades de compreensão de alguns conteúdos trigonométricos por parte de estudantes do Ensino Médio, o que instigou reflexões acerca do tema.

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) não há destaque para o ensino de inequações trigonométricas. Além disso, seu uso é bastante restrito nas aulas de Matemática, apesar deste conteúdo permitir um domínio maior dos conceitos de seno, cosseno e tangente. Nesse sentido, as pesquisas no Ensino Médio relacionadas às prática pedagógicas precisam ser intensificadas, como sugere Lopes (2011, p. 16): “Assim se faz urgente que novas produções científicas discutam as práticas pedagógicas em Matemática para o Ensino Médio”.

Acredita-se que o uso de materiais manipuláveis para o ensino e aprendizagem da Matemática pode trazer benefícios para os estudantes. Tais materiais, ao serem utilizados por professores na prática educativa, podem tornar-se recursos importantes para auxiliar na compreensão de alguns conteúdos matemáticos por parte do estudante, bem como facilitar na elaboração de conceitos.

Neste artigo, o material manipulável apresentado é a Régua Trigonométrica. Sobre este, há poucas publicações, destacando-se por exemplo a de Jesus e Souza (2016), a qual relata a experiência de utilização da Régua em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Os autores objetivaram possibilitar aos estudantes uma investigação a partir do material, com o intuito de construção de conjecturas por parte dos mesmos (JESUS; SOUZA, 2016). E a pesquisa de Santos, Schettini e Cruz (2016), a qual aborda a Gênese Instrumental (processo de transformação do artefato em instrumento pelo sujeito). Os autores objetivaram analisar, baseados nas ações dos sujeitos, a Gênese Instrumental do material manipulável Régua Trigonométrica no processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático redução ao 1º quadrante (SANTOS; SCHETTINI; CRUZ, 2016).

Nesse sentido, e conhecendo as potencialidades da Régua Trigonomética, tem-se como hipótese que a mesma pode favorecer a aprendizagem de inequações trigonométricas (seno) por partes dos estudantes, ampliando suas experiências e construindo uma aprendizagem com mais significado ao possibilitar que vivenciem todas as fases da Teoria das Situações Didáticas (TSD), a qual adota-se como base teórica nesta pesquisa.

A relação entre a TSD e funções trigonométricas pode ser encontrada, por exemplo, na pesquisa de Fonseca (2011). O autor analisou de que forma o uso do computador, enquanto ferramenta pedagógica, pode propiciar ao estudante de 1º ano do Ensino Médio a

ISSN 2526-2882

superação das dificuldades do 1º modelo de funções trigonométricas $f(x) = a + b\ sen\ (cx + d)$. Fonseca (2011) afirma que é possível alcançar uma aprendizagem significativa de funções trigonométricas, desde que o professor faça a opção por um método de ensino que possibilite a participação do estudante no processo de construção do conhecimento.

Na pesquisa de Araújo (2010) é apresentada uma sequência didática na qual se utiliza como base a TSD com objetivo de possibilitar aos estudantes participantes do estudo (9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio) construir os conceitos de circunferência e mediatriz sob o ponto de vista dos lugares geométricos, utilizando para isso o *software* de geometria dinâmica *Geogebra*. Segundo Araújo (2010) esse estudo permitiu considerar que a intervenção mediada pelo *software* e favorecido pela TSD, auxiliou os estudantes na superação dos problemas encontrados.

Com base em pesquisas correlatas e fundamentado na Teoria das Situações Didáticas, este artigo tem o objetivo de investigar as possíveis contribuições da Régua Trigonomética para o ensino e a aprendizagem de inequações trigonométricas, tomando como referência o seno de um arco. Este artigo encontra-se organizado da seguinte forma: Aspectos teóricos, seção na qual se apresenta a teoria que sustenta a pesquisa - TDS; Aspectos metodológicos, explicitando a intervenção realizada; Resultados e Discussão, na qual é apresentada a análise entrelaçada com a teoria base; e Considerações finais, sintetizando os resultados e conclusões da pesquisa.

Aspectos Teóricos

Na Teoria das Situações Didáticas (TSD), docentes e discentes são atores indispensáveis no processo de ensino e aprendizagem, bem como o meio em que a situação didática é desenvolvida. Assim, no intuito de compreender as relações existentes entre alunos, professor e o meio em que acontece o aprendizado, a TSD aponta que cada saber está ligado a um tipo de situação, por meio da interação entre duas ou mais pessoas. Segundo Brousseau (1986 apud FREITAS, 2010, p. 80), uma situação didática

> [...] é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno e um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição.

Dessa forma, uma situação didática é formada pelas relações pedagógicas estabelecidas em sala de aula entre o professor, os alunos e o saber matemático. Pode-se destacar que a TSD tem como objetivo contribuir para o ensino e para a aprendizagem da Matemática, possibilitando ao estudante interagir com parte da produção matemática. A

ISSN 2526-2882

aprendizagem, com base nessa teoria, acontece quando o meio sofre uma alteração, provocando uma mudança no comportamento do sujeito que está aprendendo, neste caso o aluno, ou seja, neste meio se cria problemas e novas situações de forma a desafiar esse aluno a encontrar novas respostas para as situações problemas às quais, antes, ele não dominava.

Referindo-se a essa situação, Brousseau (1986 apud FREITAS, 2010, p. 79) comenta que o meio onde ocorrem as interações do sujeito

> [...] é o sistema antagonista no qual ele age. É no meio que se provocam mudanças visando desestabilizar o sistema didático e o surgimento de conflitos, contradições e possibilidades de aprendizagem de novos conhecimentos. Num dado meio, em cada momento, as situações didáticas são regidas por um conjunto de obrigações recíprocas, explícitas ou implícitas, envolvendo alunos, professores e um conteúdo em jogo.

O papel do professor é sugerir situações em que os alunos consigam levantar hipóteses, construir modelos, podendo estabelecer teorias, fazer comparações e o principal, participar ativamente do processo de aprendizagem construindo seu próprio conhecimento. É oportuno, nesse contexto, compreender o que a TSD chama de situação adidática.

A situação adidática, é uma situação na qual o conteúdo que o professor deseja ensinar não é apresentado inicialmente ao aluno. O professor será um problematizador das situações, deixando-o agir de forma independente para que tenha condições adequadas à assimilação do novo saber, ou seja, esta situação se mostra de forma que o professor proponha a atividade para a classe, não demonstrando para os alunos o que será ensinado, mas tendo como finalidade a aprendizagem de um conteúdo matemático específico.

Ao vivenciar essa situação o aluno se comporta como um pesquisador de um problema matemático, de forma independente. Nesse sentido, cabe ao professor deixá-lo trabalhar de maneira autônoma e favorecer a construção do seu conhecimento, ou seja, orientar o aprendiz para que possa desenvolver habilidades que permitam apropriar-se de novos saberes.

Para Freitas (2010, p. 86) as situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois "o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito conseguiu sintetizar algum conhecimento. Nesse sentido, elas não podem ser confundidas com as chamadas situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem".

Para Brousseau (2008) em uma situação adidática, os problemas têm as seguintes características:

São escolhidos de modo que o estudante possa aceitá-los e resolvê-los, possibilitando que atue, fale, reflita e evolua.

ISSN 2526-2882

São escolhidos para fazer com que o aluno adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo.

Segundo Brousseau (2008), a TSD é composta por quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização, sendo que as três primeiras compõem a situação adidática e a última a situação didática.

A *fase de ação* é aquela em que o aluno se encontra ativamente empenhado na procura de uma solução de determinado problema, realiza ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional, ou seja, ela consiste em dar condições aos alunos de tomarem decisões e agirem sobre o meio, colocando seus saberes em prática para resolver as situações problemas. Para Jesus e Dias (2009, p. 87), na fase de ação

> [...] o aprendiz vai escolhendo ou desenvolvendo estratégias para solução, sem se preocupar com explicação de argumentos de natureza teórica que justifiquem a validação de sua resposta. Não é o professor que apresenta a solução, ele pode fazer devolução (ato pelo qual o professor leva o aluno a aceitar a responsabilidade da situação de aprendizagem) para os alunos, porém são estes que devem ter a responsabilidade da resolução do problema.

Dessa forma, pode-se destacar que a fase de ação é aquela em que os alunos estão empenhados em buscar a solução do problema, utilizando de todas as ferramentas necessárias, o que resulta na construção de um conhecimento mais operacional. Esta fase é essencial para o aluno experimentar suas escolhas e decisões por ações sobre o meio.

Na *fase de formulação* o aluno procura formular uma solução para o problema dado, buscando explicações para as suas ações, ou seja, os alunos são levados a mostrar as estratégias utilizadas para resolver as situações problemas. Para isso, precisam verbalizar os meios, que utilizaram para formular, mostrando o conhecimento adquirido. Nesta fase os alunos explicitam os métodos utilizados para solucionar certos problemas, se apropriando dos conhecimentos matemáticos de uma forma mais consciente, momento em que procuram explicar o porquê de suas ações.

A *fase de validação* é aquela em que o aluno verifica se sua solução está correta ou não, isto é, elabora algum tipo de prova. Essas provas estão relacionadas ao plano da racionalidade e diretamente voltadas para o problema da verdade, em que as estratégias utilizadas são demonstradas para todos, no qual os alunos não comunicarão somente suas informações como também afirmarão se o que dizem é verdadeiro, dentro do que foi estudado. Almouloud (2007, p. 49), afirma que a fase de validação

> [...] é a etapa na qual o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento de um interlocutor. De um lado, o emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de seu modelo e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática. O receptor, por sua vez, pode pedir mais explicações ou rejeitar as mensagens que não entende ou que discorda, justificando sua rejeição.

Pode-se destacar que nestas fases (ação, formulação e validação), a responsabilidade pelo aprendizado é do aluno e, como o professor não interfere diretamente, algumas conteúdos podem ser construídos de maneira equivocada. Neste caso, cabe ao professor desconstruir esses equívocos. Além disso, os conteúdos emergiram dentro de um determinado contexto, o que pode gerar um grau de validade limitado. Assim, se faz necessário a mudança da situação adidática para a situação didática, sendo esse processo denominado de fase de institucionalização.

Entende-se que na *fase de institucionalização* ocorre a validação do saber matemático que se deseja ensinar, no qual se torna o momento mais propício para uma intervenção direta do professor em apresentar os resultados aos alunos, bem como a correção dos possíveis equívocos construídos por eles, ou seja, é uma retomada de todo o processo em que se valida e organiza os conhecimentos apreendidos. De acordo com Freitas (2010, p. 102): "Ao visar a institucionalização de determinados saberes que considera importantes, o professor seleciona questões essenciais para a apropriação de um saber formal a ser incorporado como patrimônio cultural e, dessa forma, o saber institucionalizado poderá ser utilizado em situações apropriadas, mesmo em contextos diferentes do qual o conhecimento foi construído.

O desenvolvimento das fases na TSD não pode ser feito separadamente, pois elas estão entrelaçadas umas com as outras, levando o aluno a ter responsabilidade da construção do seu conhecimento nas fases de ação, formulação e validação. E o professor a responsabilidade de destacar o objeto matemático a ser construído na fase de institucionalização.

Dessa forma, entende-se que a Teoria das Situações Didáticas se torna de grande importância nesta pesquisa, devido ao fato de propiciar uma nova forma de aprendizagem para o aluno quando o mesmo se depara com a construção do seu conhecimento.

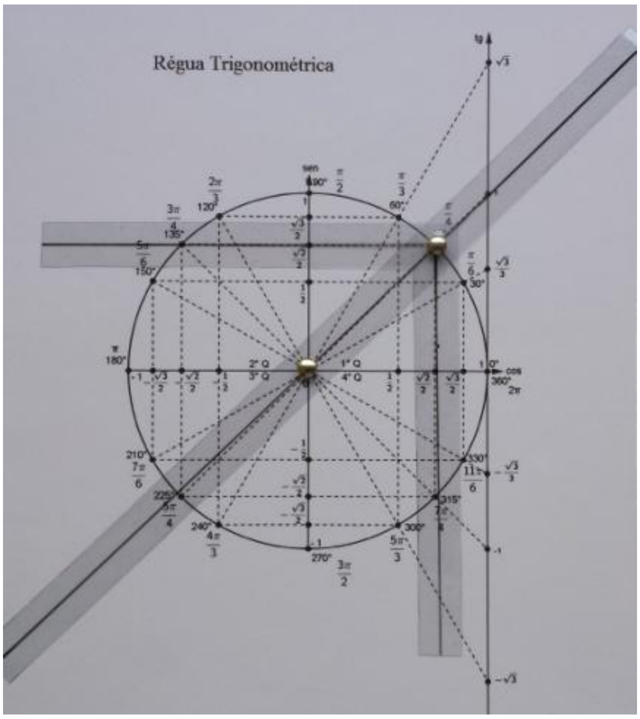
Com relação aos materiais manipuláveis propõem-se a utilização da Régua Trigonométrica por se tratar, no entendimento dos autores deste artigo, de uma ferramenta potencialmente eficaz que pode ser trabalhada nas escolas, uma vez que é de fácil construção e de simples manuseio. Nas escolas, em especial nas aulas de Matemática (especificamente no estudo da Trigonometria), acredita-se que a utilização desta régua pode propiciar um teor mais prático ao aprendizado dos alunos, além da possibilidade de ser utilizada como forma

ISSN 2526-2882

de consulta às dúvidas que possam surgir durante o desenvolvimento de conteúdos com foco trigonométrico.

A Régua Trigonométrica pode ser construída com a utilização de régua e compasso, a partir do ciclo trigonométrico. Para sua construção, deve-se seguir os seguintes passos: 1) construir uma circunferência de raio qualquer; 2) traçar duas perpendiculares passando pelo centro da circunferência; 3) marcar os ângulos: 0º, 90º, 180º, 270º e 360º; 4) com o mesmo raio, marcar o ângulo de 60º; 5) encontrar a bissetriz dos ângulos de 90º e 60º, que corresponde aos ângulos de 45º e 30º respectivamente; 6) marcar os ângulos correspondentes aos de 30º, 45º e 60º nos 2º, 3º e 4º quadrantes; 7) traçar segmentos de retas pontilhados, ligando-os, em seguida marcar o valor corresponde ao seno e ao cosseno de cada ângulo; 8) construir uma reta perpendicular, passando pela origem do ciclo, ângulo 0º (reta tangente); 9) com o prolongamento dos segmentos de reta (raios) no 1º e 4º quadrantes, marcar os valores correspondentes à tangente dos ângulos; 10) em uma folha de transparência (folha plástica resistente), conforme Figura 1, recorte duas “fitas” com larguras medindo 1,6 cm, valor ideal, sendo uma em formato de “reta” e a outra de “L”, em seguida trace um segmento reta; 11) com o auxílio de um rebite fixe a “fita” com formato de “reta” no centro da circunferência e, fixe, com um rebite, a “fita” com formato de “L” na “reta” com a mesma medida do raio, por fim destaca-se os valores dos arcos (grau e radiano) e os valores das razões trigonométricas fundamentais.

Figura 1 - Régua Trigonométrica



Fonte: Os autores

ISSN 2526-2882

Cabe salientar que esta Régua pode ser contruída com o auxilio de algum *software* de geometria dinâmica. Pode ser usada antes da apresentação de um novo conteúdo; para introduzí-lo, despertando o interesse do aluno; ou no final, para fixar conceitos, o que pode favorecer o desenvolvimento de atitudes e habilidades. Jesus (2013, p. 5), afirma que o material Régua Trigonométrica "tem como objetivo construir conhecimentos a respeito da Trigonometria, mais especificamente, ciclo trigonométrico, seno, cosseno e tangente de arcos notáveis, redução ao primeiro quadrante".

É necessário mencionar como utilizá-la, ou seja, como encontrar, por exemplo, o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo de 30º na Régua Trigonométrica? Inicialmente, precisa-se movimentar o rebite móvel, que fica em torno da circunferência e fixado nas duas "fitas", centralizando-o em cima da extremidade que representa o ângulo. Em seguida, movimenta-se a "fita" em formato de "L", deixando um segmento de reta paralelo ao eixo OX e o outro segmento paralelo ao eixo OY. Perceba que o segmento paralelo ao eixo OY, intercepta o eixo OX em um determinado valor, o que corresponde ao cosseno do ângulo. De forma análoga, tem-se o valor seno. Para encontrar o valor da tangente, basta perceber em que ponto (valor) a "fita" em formato de "reta" que está passando pela extremidade do arco que representa o ângulo, intercepta o eixo. Na Figura 1, foi apresentado um exemplo para o ângulo de 45º.

Nessa perspectiva, percebe-se que a Régua Trigonométrica pode ser importante no estudo de conteúdos relacionados à Trigonometria, pois o entendimento de determinadas propriedades trigonométricas, por meio da utilização desse material, pode possibilitar o desenvolvimento da capacidade de análise e compreensão do objeto matemático em estudo, no momento em que o estudante interage diretamente com ele. Outra característica, é que seu uso pode explicitar o conteúdo de forma mais concreta e visível.

Ademais a utilização desse material, no decorrer da exploração de determinado conteúdo trigonométrico e na realização das atividades, pode possibilitar ao estudante reflexão e aperfeiçoamento do pensamento, levando-o a questionar, refletir e argumentar, contribuindo dessa forma para a construção do seu conhecimento, bem como o desenvolvimento da autonomia para fazer escolhas e tomar decisões. Acredita-se, que esse material pode favorecer um modelo de ensino que garanta espaço para que os estudantes formulem hipóteses, experimentem, arrisquem, reflitam sobre aquilo que estão realizando.

Aspectos Metodológicos

A pesquisa é de cunho qualitativo (BOGDAN; BIKLEN, 2010), consistiu na aplicação de uma intervenção com estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Universidade da Bahia. Foi realizada em um Laboratório de Matemática com contato direto entre o

ISSN 2526-2882

pesquisador (primeiro autor deste artigo), o ambiente de pesquisa e os estudantes colaboradores. Os dados coletados foram de caráter descritivo, os quais consistiam nas respostas dos sujeitos de pesquisa para as atividades realizadas; as gravações em áudio do diálogo entre os participantes; e observações do pesquisador, o qual procurou analisar as expressões e descobertas dos participantes (colaboradores) da pesquisa.

Foram utilizados alguns pressupostos da Engenharia Didática como uma metodologia de suporte, pois, o termo pode ser usado para designar a aplicação planejada de uma sequência didática em um grupo de alunos. Artigue (1988 apud MACHADO, 2010, p. 235) caracteriza-a "[...] como um esquema experimental baseado sobre "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequência de ensino".

As etapas realizadas na pesquisa foram fundamentadas na Engenharia Didática, conforme (MACHADO, 2010), permitindo realizar a parte experimental, que neste caso foi o contato com a Régua Trigonométrica, conjuntamente com a sequência de atividades e momento de institucionalização do objeto matemático que se desejava ensinar, o que permitiu fazer uma análise *a priori* e *a posteriori* das atividades planejadas.

Na Engenharia Didática pode-se identificar quatro fases de seu desenvolvimento, as quais Machado (2010) apresenta como: análises preliminares; concepção e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação; e análise *a posteriori* e validação.

A primeira fase, *das análises preliminares,* "...é realizada, principalmente, para embasar a concepção da Engenharia Didática, porém, elas são retomadas e aprofundadas durante todo o transcorrer do trabalho" (MACHADO, 2010, p. 238), seu objetivo é poder identificar as dificuldades e as barreiras, sobretudo que envolve o objeto matemático que se deseja estudar. Assim, é analisado o conhecimento didático que foi adquirido sobre um determinado conteúdo, a fim de que se possa refletir sobre eles e com isso estruturar de maneira positiva uma interferência no ensino.

Na segunda fase, *de concepção e análise a priori* das situações didáticas "o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes do sistema sobre o qual o ensino pode atuar" (MACHADO, 2010, p. 238). O pesquisador escolhe as variáveis que deseja estudar, sendo aprofundadas no decorrer da pesquisa. Destaca-se que análise *a priori* está centrada nas características de uma situação adidática que se quis criar e se quer aplicar.

A terceira fase, *de experimentação,* "...é a fase da realização da engenharia com certa população de alunos, ela se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador/professor/observador(es) com a população dos alunos, objeto de investigação"

ISSN 2526-2882

(MACHADO, 2010, p. 238). Neste caso o professor escolhe uma determinada quantidade de alunos, aplica a sequência e faz as observações.

A quarta fase, *da análise a posteriori e validação*, é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para melhoria dos conhecimentos didáticos apreendidos. É nesta fase que se confirma ou não o que foi pensado *a priori*, durante a experimentação, com base nas observações e nas produções dos alunos.

Dessa forma, acredita-se que a Engenharia Didática é uma metodologia eficaz para potencializar as práticas educativas do professor em sala de aula, tendo como objetivo possibilitar ao aluno a construção do conhecimento.

Resultados e Discussão

A sequência de atividades (intervenção) elaborada foi desenvolvida com quatro alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade do Estado da Bahia. Tratava-se de alunos do segundo semestre, que já conheciam o material manipulável Régua Trigonométrica, mas não possuíam conhecimentos sobre Inequações Trigonométricas.

Elaboradas as atividades, realizaram-se as análises prévias e prosseguiu-se com a atividade experimental. Para a coleta dos dados, dois observadores auxiliaram na descrição dos fatos ocorridos durante as resoluções das atividades, os diálogos foram registrados em áudio entre o pesquisador – primeiro autor deste artigo – e os participantes. Esses registros contribuiram para análise *a posteriori*. Ratifica-se que as análises realizadas tomaram como referência a Teoria das Situações Didáticas.

Com a sequência de atividades elaborada, foi feito um estudo prévio acerca do objeto matemático Inequações Trigonométricas, no qual foram utilizados seis modelos de inequações, ditas fundamentais: $sen(x) \geq m$; $sen(x) \leq m$; $cos(x) \geq m$; $cos(x) \leq m$; $tg(x) \geq m$ e $\mathrm{tg(x)} \leq \mathrm{m}$, sendo m um número real dado, além de atividades que abordavam sistema de inequações. Foram realizadas 12 atividades relacionadas às inequações: seno (3); cosseno (3); tangente (3); e sistemas de inequações relacionadas ao seno, cosseno e tangente (3). Nesse artigo apresenta-se um recorte da *Atividade 1,* referentes às inequações seno, onde constam as análises *a priori* e *a posteriori*. Cabe destacar que esta atividade passou principalmente pela fase de ação proposta por Brousseau (2008).

Os participantes organizaram-se em duplas e utilizaram a Régua Trigonométrica para resolução da sequência proposta. Essa sequência objetivou fazer com que os estudantes vivenciassem as fases de ação (situação adidática), além de propiciar-lhes vários momentos de institucionalização (situação didática) propostas na pesquisa.

Em um primeiro momento, os estudantes trabalharam em duplas (Dupla I e Dupla II formada pelos participantes 1 e 2; 3 e 4, respectivamente) resolvendo as atividades

ISSN 2526-2882

propostas e socializando-as. O pesquisador mediou e coordenou as seções, promovendo debates, fazendo devoluções e institucionalizando saberes.

Apresentam-se, na sequência, as atividades que foram elaboradas e aplicadas sobre as inequações seno. Destaca-se que, na sequência elaborada, foi feita a opção de trabalhar com a primeira volta, ou seja, no intervalo [0, 2π].

- *Atividade:* A seguir descreve-se a atividade proposta aos estudantes colaboradores desta pesquisa. Tomando por base o seno de 30°,

a)Dê exemplos de cinco ângulos que possuem seno maior que o seno 30°;

b)Existem outros ângulos que atendem a essa situação? Se sim, exemplifique;

c)É possível determinar todos os ângulos que possuem o seno maior que o seno 30°? Justifique;

d)Escreva essa situação na forma algébrica e apresente a sua solução algebricamente;

e)Faça uma representação figural da situação que você resolveu.

- *Análise a priori da atividade 1:* Por meio da atividade elaborada, esperava-se que os alunos chegassem às seguintes respostas:

a) $\frac{\pi}{4}$rad, $\frac{\pi}{3}$rad, $\frac{\pi}{2}$rad, $\frac{2\pi}{3}$rad e $\frac{3\pi}{6}$rad ou 45°, 60°, 90°, 120° e 135°.

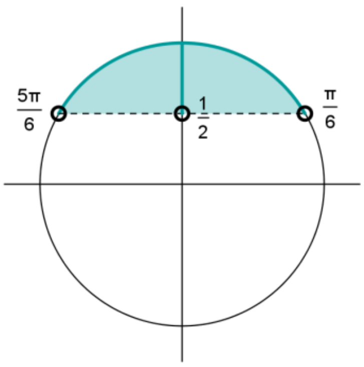
b) Sim, por exemplo, os ângulos de 31°, 55°, 110°.

c) Sim, são os ângulos compreendidos entre 30° e 150°.

d) A situação na forma algébrica seria sen(x) > sen(30°), e sua solução seria, 30° < x < 150°.

e) Neste item esperávamos que pudessem ilustrar a solução final como a Figura 2.

Figura 2 - sen(x) > sen(30°).



Fonte: Os autores

ISSN 2526-2882

Essa atividade tinha como objetivo que os alunos identificassem todos os ângulos cujos valores para o seno fossem maiores que o seno de 30°, e não apenas os ângulos notáveis compreendidos nesse intervalo, com auxílio da Régua Trigonométrica. Além de apresentarem essa situação na forma algébrica, poderiam encontrar suas respostas finais e ilustrar o intervalo aos quais esses ângulos pertencem. Essas manipulações poderiam levá-los a construir conhecimentos sobre a inequação: $\text{sen}(x) > 1/2$.

Nesta atividade os alunos estariam envolvidos na fase adidática de ação, esperava-se que tivessem conhecimento suficiente para encontrar valores para seno maior que o seno de 30°, sem se preocupar com explicações ou argumentos de natureza teórica que viessem a justificar a validade de suas respostas. Por exemplo, que nos itens *b)* e *c)* pudessem observar que além dos ângulos encontrados no item *a)* seria possível determinar outros ângulos, o que os levariam a representar a situação em questão, ou seja, sua forma algébrica.

Além disso, destaca-se que essa atividade foi importante para o desenvolvimento das demais, pois, seria nela, que o aluno retomaria o manuseio do material manipulável Régua Trigonométrica. Se necessário, seriam resgatados os conceitos de seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico, uma vez que esses alunos já vivenciaram esses conceitos em uma intervenção anterior.

Ressalta-se que quando necessário foram feitas devoluções para os alunos, contudo não foram apresentadas soluções das situações trabalhadas, eles seriam os responsáveis pela resolução do problema. Dessa forma, ao encontrarem ângulos cujo seno fosse maior que o seno de 30°, poderiam estar em um processo de construção ou até mesmo relembrando conceitos referentes a uma possível definição de inequação.

Análise a posteriori da atividade 1:

Antes do início da intervenção ocorreu uma conversa no sentido de verificar o que eles já haviam vivenciado. Neste diálogo, foram relembrados conceitos referentes ao seno, cosseno, tangente e o manuseio da Régua Trigonométrica. Esse momento foi fundamental para o desenvolvimento de toda a sequência, pois, no decorrer da intervenção, os participantes não apresentaram equívocos com relação aos eixos das abscissas, ordenadas e ao eixo tangente.

Nesta atividade, as duplas I e II, ao analisarem o seno de 30º na Régua Trigonométrica, chegaram à conclusão que valia $\frac{1}{2}$, era o que se esperava. Dessa forma, com relação ao item *a)* as duplas não apresentaram problema para responder a situação. No tocante ao item *b),* o participante 1 demonstrou dúvidas em relação ao entendimento da questão, se os ângulos procurados seriam em relação ao seno ou ao cosseno, e quais seriam

ISSN 2526-2882

eles. Nesse momento seu colega, o participante 2, afirmou que seria em relação ao seno, e que com relação aos ângulos estava em dúvida. Quando questionados pelo pesquisador, chegaram à conclusão que seria em relação ao seno, e exemplificaram outros ângulos, como percebe-se no relato:

> ***Participante 2**: Pode ser além desses ângulos, por exemplo, 65°?*
> ***Pesquisador**: Pode?*
> ***Participante 2**: Mesmo que não esteja aqui?*
> ***Pesquisador**: Existem outros ângulos que atendem a essa situação? Que situação é essa?*
> ***Participante 2**: Ângulos cujo seno seria maior que o seno 30°*
> ***Pesquisador**: Qual valor vocês encontraram para o seno de 30°?*
> ***Participantes 1 e 2**: Meio!*
> ***Pesquisador**: Então queremos encontrar valores para o seno maior que o seno de 30°. É isso?*
> ***Participantes 1 e 2**: É.*
> ***Pesquisador**: Eu posso encontrar outros ângulos além desses cincos que vocês encontraram?*
> ***Participante 2**: Sim.*
> ***Pesquisador**: Então, quais seriam esses ângulos?*
> ***Participante 2**: Por exemplo, 75°, 65°, 125°, 140°, 80°...*

Questionamentos análogos foram feitos à dupla II, a qual chegou ao resultado esperado. Ainda nesse momento, o participante 3 concluiu que os ângulos de 30° e 150° não faziam parte, pois como resposta para essa atividade seriam ângulos cujo seno é maior que o seno de 30°:

> ***Pesquisador**: Vocês encontraram os cinco exemplos pedido no item a), não foi?*
> ***Participante 3**: Isso.*
> ***Pesquisador**: Tirando esses cinco exemplos, dentro desse intervalo será que eu consigo encontrar outros valores?*
> ***Participantes 3 e 4**: Sim!*
> ***Pesquisador**: Por exemplo, quais seriam esses ângulos cujo seno é maior que o seno 30°?*
> ***Participante 3**: O de 120°, o de 135° [...]. É para exemplificar assim?*
> ***Pesquisador**: É, para dar alguns exemplos, isso!*
> ***Participante 3**: E neste caso, o ângulo de 30° e 150° não vai pertencer.*

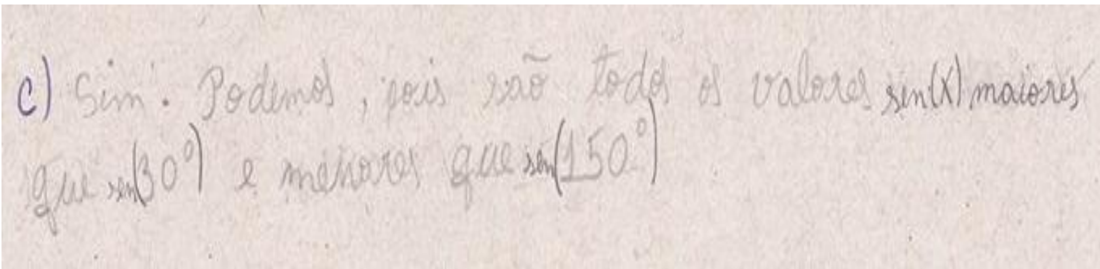
Vale destacar que o manuseio da Régua Trigonométrica parece ter favorecido a emergência desses outros ângulos, para além dos notáveis, pois percebíamos os participantes

ISSN 2526-2882

deslizando “ponto” da régua sobre o ciclo e passando a escrever mais ângulos que atendiam a condição dada.

No item c) os participantes da dupla I não apresentaram problema para responder a situação, pois, observaram que além dos ângulos citados no item b) existiam outros. Assim, apresentaram como resposta “[...] *todos os valores sen(x) maiores que sen(30°) e menores que sen(150°)”*. Conforme a Figura 3. Percebemos um equívoco na resposta, pois são os ângulos que são maiores que 30⁰ e menores que 150⁰ e não o seno do ângulo.

Figura 3 - Resposta dada pela dupla I


c) Sim. Podemos, pois são todos os valores sen(x) maiores que sen(30°) e menores que sen(150°)

Fonte: Os autores

A dupla II no item c) conseguiu entender o que era pedido, porém não sabia justificar a situação, sabia apenas que era para apresentar como resposta ângulos cujo valores para seno fossem maiores que seno de 30°. Porém, quando questionados pelo pesquisador, os participantes responderam:

> ***Participante 4****: Essa justificativa da letra c) é mais ou menos através do ciclo trigonométrico, não é isso?*
>
> ***Pesquisador****: Isso. Observando o seno de 30°, como é pedido no item c), é possível determinar todos os ângulos que possuem o seno maior que o seno 30°?*
>
> ***Participante 4****: Sim!*
>
> ***Pesquisador****: A qual intervalo esses ângulos pertencem?*
>
> ***Participante 3 e 4****: De trinta a cento e cinquenta.*
>
> ***Pesquisador****: Então é possível determinar todos esses ângulos?!*
>
> ***Participantes 4****: Sim!*
>
> ***Pesquisador****: Quais seriam esses ângulos?*
>
> ***Participante 4****: Seriam todos os ângulos com seno maiores que o seno 30° e seno menores que seno de 150°.*
>
> ***Pesquisador****: Isso!*
>
> ***Participante 3****: Só isso?*

ISSN 2526-2882

Na tentativa de resolver o item d) as duplas I e II apresentaram dificuldade em entender o que era pedido, ou seja, não entenderam o que seria escrever a situação apresentada na forma algébrica. Quando questionados pelo pesquisador, as duplas informaram que seria escrever uma "expressão" para resolver a situação. Com relação a apresentar sua solução algebricamente, responderam que seria apresentar uma solução para a situação, conforme é indicado no diálogo:

Pesquisador: *Como eu posso escrever a situação, seno maior que o seno de 30°?*
Participante 2: *x, tal que 30 seria menor que x e x menor que 150°*
Pesquisador: *E quem seria esse x?*
Participante 2: *Esse x seria qualquer ângulo maior que trinta e menor que cento e cinquenta.*

Nesse momento, o participante 1 interrompe afirmando:

Participante 1: *O seno.*
Pesquisador: *Então vocês estão me dizendo que seria o seno?*
Participante 1: *O seno de x.*
Pesquisador: *Então seria o seno de x maior que quem?*
Participante 1: *Seno de x maior que o seno de 30°.*

Quando questionados com relação a apresentar uma solução algebricamente à dupla II respondeu conforme o diálogo:

Pesquisador: *De que forma posso representar a solução algebricamente para a situação: seno de x maior que o seno de 30°? Qual a resposta para o que vocês acabaram de escrever?*
Participante 3: *Deixa ver...*
Pesquisador: *Esse x que vocês acharam estaria compreendido entre quem?*
Participante 3: *Entre trinta e cento e cinquenta.*
Pesquisador: *Logo, como posso escrever o conjunto solução?*

Não obtendo resposta o pesquisador resolveu propor uma situação para que entendessem a proposta:

Pesquisador: *Como eu posso escrever o conjunto solução para a situação x mais dois é maior que um? Sabendo que x pertence ao conjunto dos números reais.*

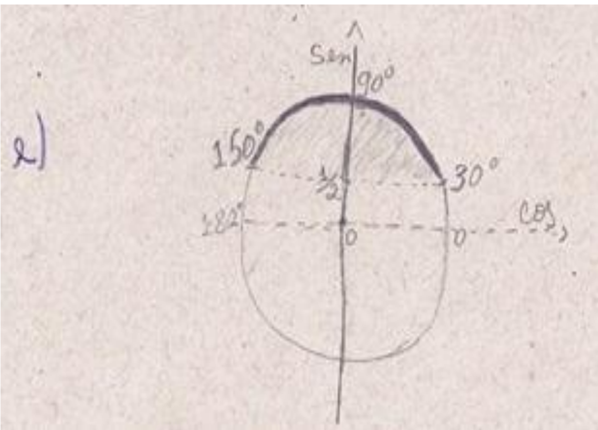
ISSN 2526-2882

O pesquisador escreveu essa situação em uma folha de caderno, e os participantes responderam, encontrando como resposta $x > -1$:

***Participante 3**: É... x pertence ao conjunto dos números reais tal que x é maior que menos um.*
***Pesquisador**: Certo. E como posso escrever uma solução algébrica para o seno de x maior que o seno 30°?*
***Participante 3**: Deixa ver! x pertence aos reais tal que x maior que 30° e menor que 150°*

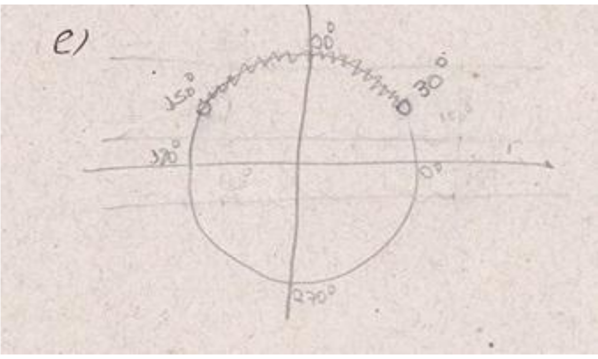
Com relação ao item e) as duplas questionaram o pesquisador se seria todo o ciclo trigonométrico. Havendo a intervenção, as duplas resolveram a situação sem apresentar dúvidas, representando por uma figura a situação desejada. Conforme indicam as Figuras 4 e 5, a seguir.

Figura 4 - Resposta dada pela dupla I.



Fonte: Os autores

Figura 5 - Resposta dada pela dupla II.



Fonte: Os autores

ISSN 2526-2882

Dessa forma, chegaram à conclusão que todos os ângulos pertencentes ao intervalo de 30° a 150° teria seno maior que o seno de 30°, o que era esperado para essa atividade. Além de terem vivenciando a fase adidática de ação, em que identificariam valores para o seno maior que o seno de 30° de forma imediata por meio da Régua Trigonométrica sem se preocuparem com argumentações ou explicações de natureza teórica.

É válido lembrar, a importância da utilização da Régua Trigonométrica pelos participantes na resolução desta atividade. Além, deles a utilizarem durante toda intervenção, na ação , na formulação e na validação de hipóteses, um dos pontos importantes está na resolução do item *a)* ao perceberem que seriam todos os ângulos maiores que 30° e menores que 150°, o que possibilitou um maior entendimento na resolução dos demais itens. Outro ponto a destacar, está na solução do item *e)*, pois com o manuseio e a visualização, conseguiram construir sem dificuldades a representação figural solicitada. Este destaque para a aquisição do conhecimento com a utilização da régua trigonométrica ficou evidende na resolução das demais atividades.

Assim, o que vivenciaram na atividade 1 foi importante, pois esse primeiro momento de retomada de conceitos relacionados ao seno, cosseno e tangente; e o manuseio da Régua Trigonométrica contribuiu de forma positiva para o desenvolvimento de todo o trabalho, como foi previsto na análise *a priori*. Além disso, evidenciou-se que os alunos se identificaram com o material manipulável Régua Trigonométrica.

Ressalta-se que nas atividades 2 e 3 (as quais não foram abordadas neste artigo) os participantes vivenciaram as fases de formulação e validação e que além disso foram propiciados momentos de institucionalização no que diz respeito ao objeto matemático inequação seno. Vale destacar que as fases de formulação e validação, são extremamente importante na construção do conhecimento do aprendiz. Pretende-se, em futuras publicações, relatar como ocorreu o processo de formulação e validação do conhecimento, respectivamente nas atividades 2 e 3, uma vez que quando foram construídas teve-se esta intenção.

Considerações finais

Este artigo objetivou investigar as possíveis contribuições da Régua Trigonométrica para o ensino e a aprendizagem de inequações trigonométricas, tomando como referência o seno de um arco e com base na Teoria das Situações Didáticas, a fim de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem de Inequações do tipo seno, ou seja, auxiliando na visualização de ângulos que resultam no êxito do ensino e da aprendizagem desse conteúdo para alunos do segundo semestre de um curso de Licenciatura em Matemática.

ISSN 2526-2882

Foi elaborada e aplicada uma sequência didática para duas duplas de alunos, com a finalidade de favorecer aos participantes a construção do seu próprio conhecimento sobre o objeto matemático destacado por meio da utilização do material manipulável Régua Trigonométrica. Tomou-se como base a Teoria das Situações Didáticas, baseando-se nos pressupostos de que os materiais manipuláveis são recursos que podem favorecer para uma aprendizagem com mais significado na sala de aula de matemática.

A utilização da Teoria das Situações Didáticas foi importante, pois por meio da Régua Trigonométrica, os participantes desacomodaram-se, gerando um desequilíbrio que contribuiu para a construção do conhecimento. Assim, uma vez que as atividades foram pensadas, planejadas e executadas com base nessa teoria, percebeu-se que a função do pesquisador como questionador foi importante, pois foram as suas devoluções que possibilitaram com que os alunos refletissem, e consequentemente construíssem seu próprio conhecimento.

Com relação à aplicação da atividade, percebeu-se também que os participantes, com o auxílio da Régua Trigonométrica, aprimoravam os conhecimentos construídos, pois, ao se depararem com a fase de ação, onde se empenharam na busca de soluções para a atividade, além disso, os participantes se envolveram com as atividades propostas, desenvolvendo estratégias para resolução.

Durante a intervenção as duplas retomaram os conhecimentos já construídos anteriormente, o que contribuiu para o andamento da pesquisa. Pois, pelo fato dos participantes já terem conhecimento do material manipulável, ficou mais fácil de manuseá-lo. Os participantes não tiveram contato com o conteúdo abordado no Ensino Básico, conforme expressaram nos diálogos, e talvez por este motivo, apresentaram algumas dificuldades. Porém, com o auxilio da Régua Trigonométrica, foram em busca de novas respostas, conseguindo assimilar o que havia sido proposto na atividade, demonstrando amadurecimento em cada resolução.

Dessa forma, considera-se que a utilização deste material manipulável contribuiu para a aprendizagem do objeto de estudo, fato este relatado pelos participantes após a intervenção, e evidenciado pelo pesquisador durante a experimentação. Constatou-se que a aprendizagem se deu com mais significado para os participantes, não apenas porque acertaram as questões propostas, mas, sobretudo, por conseguirem construir conhecimentos a partir da intervenção, o qual por sua vez, pode servir de base para aquisição de novos saberes.

Salienta-se que esta pesquisa não pretende encerrar a discussão sobre o tema ensino e aprendizagem de inequações seno mediado pelo material manipulável Régua

ISSN 2526-2882

Trigonométrica, mas, sobretudo, fomentar uma possibilidade de intervenção, contribuindo, assim com novas reflexões para a realização de futuras pesquisas.

Referências

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ARAÚJO. P. B. Situações de aprendizagem: a circunferência, a mediatriz e uma abordagem com o Geogebra. 2010. 121f. *Dissertação* (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. 1 ed. Porto: Porto editora, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Orientação Curriculares para o Ensino Médio:* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasilia: MEC, v.2, p 67-98, 2006.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas*: conteúdo e método de ensino. Trad.Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

FONSECA, L. S. A aprendizagem das funções trigonométricas na perspectiva da Teoria das Situações Didáticas. 2011. 195f. *Dissertação* (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, Sergipe, 2011.

FREITAS, J. L. M. *Teoria das Situações Didáticas*. In: MACHADO, S. D. A. (Org). Educação Matemática: Uma (nova) Introdução. São Paulo: EDUC, 2010.

JESUS, G. B. Os materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem de matemática: algumas implicações no trabalho do professor. In: Encontro Baiano de Educação Matemática, XV, 2013. *Anais*. Teixeira de Freitas: Universidade Estadual da Bahia, Campus X, 2013.

JESUS, G. B.; DIAS, M. M. de J. *O Grupo Emfoco e a Didática Francesa*. In: DINIZ, L. N. e B, M. C.(org). Grupo Emfoco: Diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

JESUS, L. O. M.; SOUZA, L. M. Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: investigação a partir da Régua Trigonométrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. *Anais*... São Paulo: 2016.

LOPES, C. E**.** *Os Desafios e as Perspectivas Para a Educação Matemática no Ensino Médio*. Rio de Janeiro, 2011.

MACHADO, S. D. A. *Engenharia Didática*. In MACHADO, S. D. A. (Org). Educação Matemática: Uma (nova) Introdução, São Paulo: EDUC, 2010.

SANTOS, U. G. R.; SCHETTINI, P. S.; CRUZ, A. M. L. A Gênese Instrumental do material manipulativo Régua Trigonométrica no processo de ensino-aprendizagem do objeto

ISSN 2526-2882

matemático redução ao 1º quadrante. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. *Anais*... São Paulo: 2016.

Biografia Resumida

Weriton de Souza Lobo: Mestrando do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Especialista em Ensino de Matemática pela Universidade Cândido Mendes (UCAM), Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Atuou como bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID-Matemática). Atuou como Monitor das disciplinas de Matemática e Física no Projeto Universidade Para Todos; monitor do Curso de Extensão para professores do Ensino Médio.

Link do Lattes:
http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4452599Z6

e-mail: werintonsouza@hotmail.com

Gilson Bispo de Jesus: Doutor e Mestre em Educação Matemática pela PUC/SP; Licenciado em Matemática pela UFBA; Professor Adjunto I na Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professor Colaborador do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Atualmente, coordenador do curso de Licenciatura em Matemática. Membro da diretoria da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia, SBEM-BA e de 2017 a 2019. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, Geometria e Didática da Matemática.

Link do Lattes:
http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4236155D2

e-mail: gilbjs@bol.com.br

ISSN 2526-2882

Zulma Elizabete de Freitas Madruga: Doutora e Mestra em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), com período de estágio doutoral realizado na Universidad de Salamanca (USAL) Espanha; Especialista em Educação Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA); Especialista em Educação, com ênfase em Gestão de Polos pela Universidade Federal de Pelotas (UFPel); Licenciada em Matemática pela Universidade da Região da Campanha (URCAMP); Licenciada em Pedagogia pelo Centro Universitário Internacional (UNINTER). Atualmente é professora visitante do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC); Líder do Grupo de Pesquisa Educação Matemática e Diversidade Cultural (GPEMDiC).

Link do Lattes: http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4276281T8

e-mail: betefreitas.m@gmail.com

ISSN 2526-2882