

## **Tales em movimento: aplicação do Teorema De Tales nos triângulos**

**Isaura Aparecia Torse de Almeida** 

---

### ***Resumo***

---

Este trabalho apresenta uma prática de ensino realizada com alunos do 9º ano do ensino fundamental numa escola da rede municipal da cidade de São Paulo/SP. O trabalho proposto tem como objetivo instigar e despertar no aluno um olhar mais investigativo sobre a demonstração do teorema de Tales nos triângulos, com aplicação da homotetia, através da utilização das novas tecnologias, em especial do software Geogebra que viabiliza um aprendizado mais significativo e dinâmico, suscitando uma nova visão do conteúdo matemático trabalhado.

**Palavras-chave:** Semelhança de triângulos, transformação homotética, Geogebra.

## **Tales in motion: application of the tales Theorem in the Triangles**

**Isaura Aparecia Torse de Almeida**

### ***Abstract***

---

This work presents a teaching practice carried out with students of the 9th year of primary education in a school of the municipal network of the city of São Paulo / SP. The aim of the work is to instigate and awaken in the student a more investigative look at the demonstration of Tales theorem in triangles, with the application of homotetia, through the use of new Technologies, especially Geogebra software that enables a more meaningful and dynamic learning, provoking a new vision of the mathematical content worked.

**Keywords:** Similarity of triangles, homothetic transformation, Geogebra.

## **Introdução**

As atividades propostas neste trabalho foram realizadas com duas turmas do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio Guiomar Cabral e justificam-se pelas dificuldades que os alunos encontram na interpretação da proporcionalidade e identificação de triângulos semelhantes, uma das consequências do teorema de Tales que é um dos conteúdos mais importantes na educação básica, uma vez que traz em sua abordagem a questão da proporcionalidade, que já era de grande importância para os gregos com relação às questões da arquitetura e da agrimensura. De maneira geral o ensino do mesmo é realizado através de um modelo estático (imagens) com o cálculo de uma incógnita através da proporção e sem nenhuma demonstração que leve o aluno a entender e validar suas preposições.

Para minimizar estas dificuldades optamos pela utilização das novas tecnologias, como suporte para a prática pedagógica, em particular do software Geogebra para demonstrar o conteúdo de forma dinâmica, permitindo uma aprendizagem significativa e eficaz do teorema de Tales aplicado nos triângulos.

## **Desenvolvimento**

Geralmente os conteúdos matemáticos são apresentados de maneira limitada com a reprodução de conceitos e fórmulas repetitivas que são decoradas, mas não fazem sentido, uma vez que não foram construídos e sim impostos. Não é diferente com relação ao ensino e aprendizagem do Teorema de Tales, visto que o mesmo é apresentado, na maioria dos materiais didáticos, com propostas que envolvem apenas cálculos repetitivos.

Segundo Gravina e Santarosa (1998), a aprendizagem da Matemática depende de ações que caracterizem o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. Quando o aluno coloca-se como sujeito ativo, investigando, explorando, orientado por um professor preparado para colocar-se na postura de mediador, a formalização e a concretização mental de conceitos tratam-se, simplesmente, de uma consequência do processo.

Neste sentido a utilização de ferramentas que permitam a construção de atividades dinâmicas vem de encontro ao interesse do aluno, enquanto sujeito ativo, pois oferecem a análise de conceitos matemáticos e resolução de problemas geométricos mediante a visualização e a interatividade, além de aumentar o interesse pela aprendizagem.

Um ótimo exemplo é o Geogebra (criado por Markus Hohenwarter em 2001), software gratuito, de fácil utilização podendo ser instalado e acessado em computadores, notebooks, tablets e celulares, de fácil manuseio e que combina geometria, álgebra, cálculo, estatística, facilitando a aprendizagem de maneira eficaz e dinâmica.

Ao utilizar e explorar construções realizadas no software e aluno constrói suas hipóteses e tenta validar as propriedades dentro do conteúdo proposto, assim:

O próprio aluno irá realizar a verificação e validação da conjectura que formulou. Isso é possível devido aos recursos dos softwares, como o arrastar, que possibilita a simulação de diferentes casos da figura, como se o aluno estivesse verificando “todos” os casos possíveis de uma mesma família de configuração (ZULATTO, 2002, p. 21).

As vantagens apresentadas pelo software vêm de encontro ao ensino do Teorema de Tales e suas aplicações, pois é um dos principais teoremas no estudo da geometria plana. Tem sua origem na resolução de problemas práticos envolvendo paralelismo e proporcionalidade, estando no centro da relação entre o geométrico e o numérico (Bongiovanni, 2007). Possui papel fundamental na teoria da semelhança e conseqüentemente na semelhança entre triângulos.

Para realizar as atividades sobre a semelhança de triângulos, optamos por utilizar a homotetia (uma transformação geométrica).

Homotetia é um exemplo de transformação geométrica que preserva a forma da figura original, mas não necessariamente seu tamanho. Desse modo, a figura original e a figura obtida dela por homotetia são semelhantes. Essas figuras são chamadas de figuras homotéticas. (Bianchini, E. 2006.)

O termo é devido ao matemático francês Michel Chasles, em 1827, derivado do grego como composto de homo (similar) e tetia (posição).

Uma homotetia preserva:

- os ângulos,
- as razões entre os segmentos de reta e
- o paralelismo.

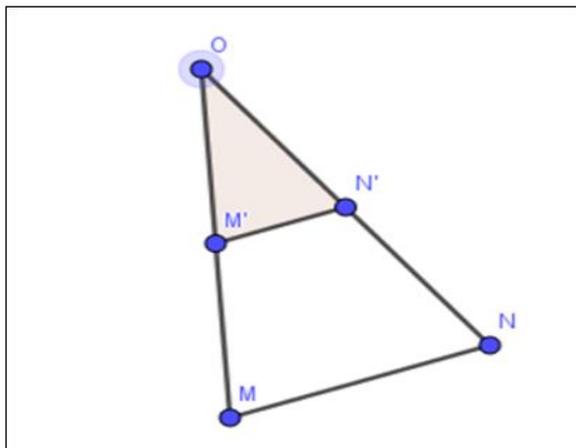
Um das propriedades da homotetia nos leva à configuração de Tales:

Seja  $h$  uma homotetia de razão  $k$ . Sejam  $M$  e  $N$  dois pontos quaisquer e  $M'$  e  $N'$  suas imagens respectivas por  $h$  de razão  $k$ . Então:  $M'N' = k MN$ . Temos, por definição, que  $OM' = k OM$  e  $ON' = k ON$ .

Fazendo a subtração em ambos os membros, temos:  $ON' - OM' = k (ON - OM)$ , isto é, pela relação de Charles,  $M'N' = k MN$ .

A relação  $M'N' = k MN$  indica que as retas  $M'N'$  e  $MN$  são paralelas. Isto nos leva a perceber que a homotetia nos fornece a configuração do Teorema de Tales.

Figura 1 – Configuração de Tales



Fonte: Arquivo pessoal

Podemos dizer que, em uma homotetia, dois pontos, suas imagens e o centro formam uma configuração de Tales (salvo quando M, N e o centro são alinhados). Em uma configuração de Tales, os dois triângulos são imagens um do outro por uma homotetia em que o centro é o vértice comum aos triângulos.

### Metodologia

Lembramos que para realização das atividades os alunos já estavam familiarizados com o Geogebra, bem como já possuíam conhecimentos prévios sobre os três casos de semelhança de triângulos.

Iniciamos as atividades apresentando o vídeo “Tales e a altura da pirâmide”, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=cWkU6fGoYA8>, a seguir os alunos realizaram algumas experimentações da situação através de um modelo produzido para argumentar sobre os procedimentos de Tales.

Figura 2 - Experimentação



Fonte: Arquivo pessoal

ISSN 2526-2882

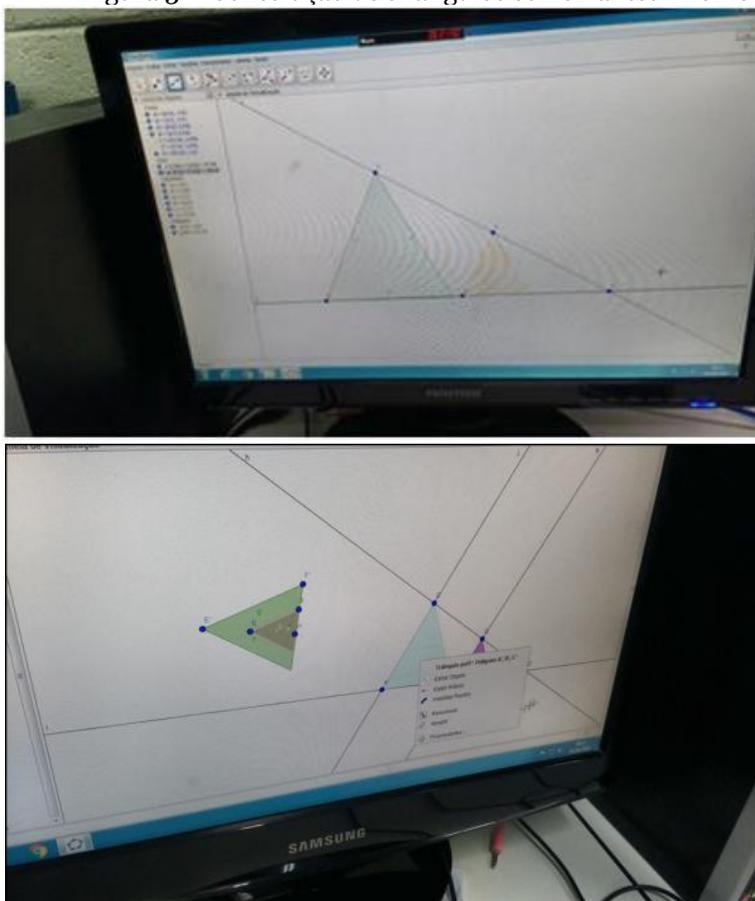
Realizamos uma roda de conversa e os alunos perceberam alguns fatos importantes: Aluno 1 - “Tales mediu a sombra do bastão e viu quantas sombras do bastão cabiam na sombra da pirâmide, com este resultado fez uma multiplicação pela altura do bastão.”

Aluno 2 - “o raio de sol e sombra produzido, forma um triângulo, então o mesmo acontece na pirâmide, ou seja, forma outro triângulo semelhante ao formado pelo bastão.”

No laboratório de informática os alunos foram organizados em duplas e realizaram a construção de triângulos semelhantes no software Geogebra, utilizando a homotetia:

- Construa o triângulo ABC, usando a ferramenta “Polígono”.
- Marque um ponto D fora do triângulo e logo após, crie retas que passe por um dos vértices do triângulo e por este ponto.
- Na janela 7, clique na opção “Homotetia de um ponto por um fator”. Com esta opção ativada, clique no interior do triângulo para selecioná-lo e logo em seguida no ponto D. Observe que a caixa de homotetia se abrirá pedindo o fator de ampliação (fator maior do que 1) ou redução (fator menor do que 1).
- Digite nesta caixa o número 0.5 e mande aplicar. Um novo triângulo surgirá a partir do triângulo ABC e será chamado de A'B'C'.

Figura 3 – Construção de triângulos semelhantes - homotetia



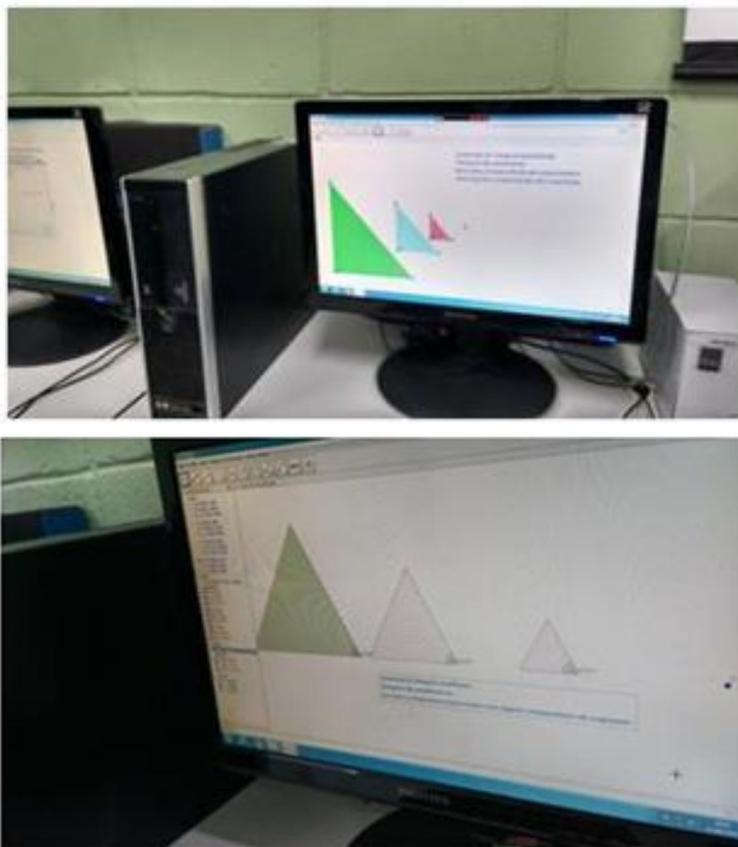
Fonte: Arquivo pessoal

A empolgação dos alunos com a atividade foi muito gratificante, tanto que a maioria construiu três triângulos semelhantes.

A seguir solicitamos que “escondessem alguns objetos”, deixando na tela apenas os triângulos semelhantes, bem como utilizando a ferramenta propriedades, mudassem a cor dos triângulos e verificassem se a razão de semelhança entre os dois triângulos é igual a 0,5. Para isso, solicitamos que efetuassem a divisão das medidas dos lados do triângulo A“B“C“ pelas medidas dos lados correspondentes do triângulo ABC. Por exemplo, no campo de entrada, digite  $b''/b$ , que representa o quociente da divisão das medidas dos lados A“C“ e AC. Depois obtenha os quocientes  $a''/a$  e  $c''/c$ .

Solicitamos também que marcassem os ângulos dos triângulos, ABC e A“B“C“, e observassem que os ângulos correspondentes são congruentes.

Figura 4- Verificando a razão de semelhança e congruência dos ângulos



Fonte: Arquivo pessoal

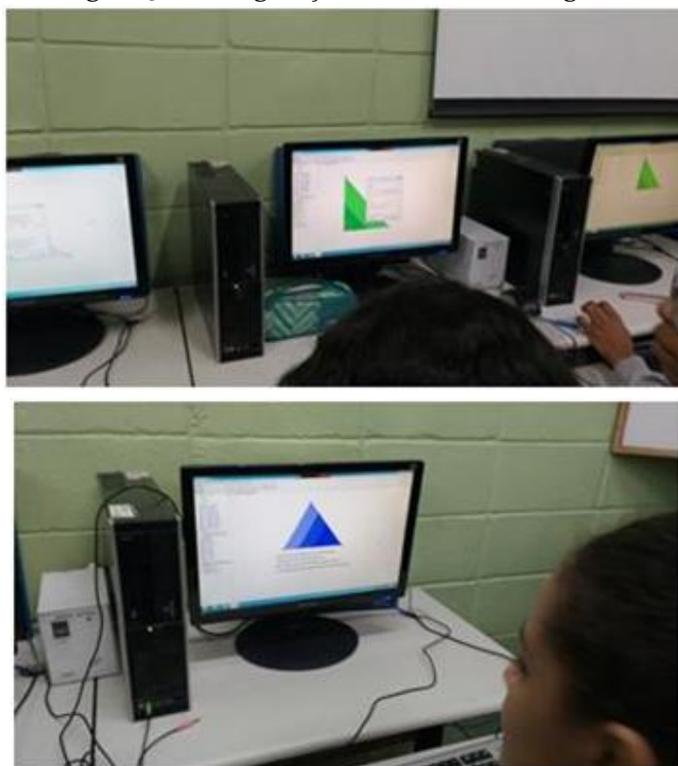
Os alunos demonstraram facilidade na realização destas atividades e acharam muito divertidos, além disso, uns ajudavam os outros realizando um trabalho em equipe. Durante a realização da atividade um dos alunos comentou:

- “Olha, os triângulos parecem com aqueles do vídeo da pirâmide”.

Também concluíram que as divisões das medidas dos lados dos triângulos tinham como mesmo resultado o fator de ampliação aplicado, ou seja, a razão de semelhança.

Para demonstrar a configuração de Tales, solicitamos que os alunos movimentassem o ponto D (centro da homotetia), de tal maneira que os triângulos ficassem “encaixados” coincidindo um dos seus vértices, bem como seus ângulos são congruentes.

Figura 5 – Configuração de Tales nos triângulos.



Fonte: Arquivo pessoal

Com estas atividades os alunos perceberam que:

- Dois triângulos são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.
- A razão entre dois lados de um triângulo é igual a razão entre dois lados correspondentes do triângulo semelhante a ele.
- O teorema fundamental da proporcionalidade caracteriza os triângulos semelhantes.

### **Considerações**

A realização das atividades sobre a semelhança de triângulos (consequência do teorema de Tales) revelou uma melhora significativa na compreensão dos conteúdos trabalhados. Envolvidos nas demonstrações, os alunos assimilaram conceitos e verificaram de forma interativa e dinâmica confirmando a veracidade das proposições matemáticas

contidas na semelhança.

Conforme Haruna (2000), os alunos de hoje têm uma concepção limitada do teorema de Tales, acarretando a não percepção das suas aplicações, principalmente em relação à semelhança de triângulos, e mesmo quando percebem, não conseguem estabelecer a proporção de forma correta. Nesse sentido a utilização do software Geogebra teve um papel motivador, propiciando a animação e a interatividade da geometria clássica e estática, tanto na observação quanto na análise, pois os alunos tiveram o desafio de refletir sobre o que estava sendo feito e ao mesmo tempo atribuíram significados ao conteúdo.

### **Referências**

- BONGIOVANNI, V. **O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico**. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, UFSC, v. 2, n. 1, p. 94-106. 2007. Disponível em: . Acesso em: 05 mai. 2011
- GRAVINA, M. A. **Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria**. In: VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte, 1996.
- HARUNA, Nancy Cury Andraus. **Teorema de Thales: uma abordagem do processo de ensino aprendizagem**. Mestrado em educação matemática–PUC-SP-2000, 2010.
- ZULATTO, R. B. A. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

### **Sites:**

- GEOGEBRA – **HOMOTETIA**. Produção de Sérgio Dantas. [s.i.]: Youtube, 2012. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3wUmZGYyJ6A>. Acesso em: 19 jun. 2018.
- [http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo\\_mat/malice2/homot.htm](http://penta.ufrgs.br/edu/telelab/mundo_mat/malice2/homot.htm). Acesso em 22/06/2018
- <https://pt.wikipedia.org/wiki/Homotetia>

---

### **Biografia Resumida**

---

**Isaura Aparecida Torse de Almeida:** Professora do Ensino Fundamental e Médio da Rede Municipal de São Paulo.

**Link Lattes:** <http://lattes.cnpq.br/7096441766096535>

**e-mail:** maeiata@gmail.com