O desempenho de estudantes do 5º e 9º anos frente a situações de proporção simples: uma análise comparativa

Antonio César Nascimento Teixeira

Deusdete Luiz da Silva Filho

Vera Lucia Merlini

Resumo

O objetivo deste artigo é analisar comparativamente o desempenho dos estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolver três situações de proporção simples, da classe de muitos para muitos. Esse estudo é um recorte de dois projetos interligados: Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult)[15] e As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia (PEM)[16]. Os dados foram coletados de estudantes de quatro escolas públicas do sul da Bahia parceiras dos projetos, sendo 235 estudantes do 5º ano e 88 do 9º ano, que responderam um teste diagnóstico contendo 14 situações relativas à Estrutura Multiplicativa. A análise dessas três situações foi quantitativa e comparativa, relacionada ao desempenho e contou com testes estatísticos. Os resultados obtidos revelam que os estudantes dos dois anos escolares foram pífios, sendo que 5º ano não atingiu 10%, o que é razoável supor que esses estudantes não tiveram contato com situações desse tipo. Apesar do 9º ano ter alcançado melhor resultado em relação ao 5º ano, esse não passou dos 42% de acerto, apontando fragilidades no domínio do conteúdo de proporcionalidade. Esses resultados revelam um sinal de alerta e apontam que é preciso trabalhar com uma variedade de situações de proporção simples, em especial da classe de muitos para muitos, permitindo que os estudantes possam aprimorar e expandir o Campo Conceitual Multiplicativo.

Palavras-chave: Estrutura Multiplicativa, Proporção simples, Ensino Fundamental, Desempenho.

[15] Projeto de número 15.727 do Programa Observatório da Educação (OBEDUC) financiado pela CAPES
[16] Projeto de número PES0019/2013 financiado pela FAPESB

The performance of students in the 5th and 9th grades against situations of simple proportion: a comparative analysis

Antonio César Nascimento Teixeira

Deusdete Luiz da Silva Filho

Vera Lucia Merlini

Abstract

The purpose of this article is to analyze comparatively the performance of 5th and 9th grade students in elementary school by solving three simple proportions, from one class to many. This study is a cross-cutting of two interconnected projects: A study on the domain of multiplicative structures in Elementary Education (E-Mult) and Multiplicative Structures and the training of teachers teaching Mathematics in Bahia (PEM). The data were collected from students from four public schools in the south of Bahia, with 235 students from the 5th grade and 88 from the 9th grade, who answered a diagnostic test containing 14 situations related to the Multiplicative Structure. The analysis of these three situations was quantitative and comparative, related to performance and counted on statistical tests. The results show that the students of the two school years were poor, and that the fifth year did not reach 10%, which is reasonable to suppose that these students did not have contact with situations of this type. Although the 9th year achieved a better result in relation to the 5th year, it did not pass the 42% of success, pointing out fragilities in the domain of proportionality content. These results reveal a warning sign and point out that we need to work with a variety of simple-proportion situations, especially the many-to-many class, allowing students to enhance and expand the Multiplicative Conceptual Field.

Keywords: Multiplicative Structure, Simple Proportion, Elementary School, Performance.

Introdução

A disciplina de Matemática nem sempre é tão bem vista entre os estudantes, sendo que um dos questionamentos que os professores mais ouvem é "onde é que eu usarei o que estou aprendendo em Matemática?" Contudo, há conteúdos e conceitos que são importantes tanto na vida escolar como fora dela, um deles é a proporcionalidade. Cabe esclarecer que ao olharmos do ponto de vista do contexto escolar trouxemos tanto os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) (BRASIL, 1997) quanto a Base Nacional Comum Curricular (BCNN) (BRASIL, 2017). Sabemos que desde 2017 o Ensino Fundamental passa a ter a BNCC como referência nacional obrigatória, contudo na época da coleta de dados da pesquisa que ora analisamos parte dela, ainda não contava com esse documento. Dessa forma os anos iniciais e finais da Escola Básica contava com os PCN (1997) e PCN (1998), respectivamente. Retomando, os PCN (1997) é que destacam a proporcionalidade como uma das ideias fundamentais e se faz presente, por exemplo, nas situações de porcentagens, nas semelhanças entre as figuras, na Matemática Financeira, em escalas dos mapas, em tabelas, em gráficos, servindo de base na construção do conceito de função. Paralelamente, eles enfatizam que "vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade, evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real." (PCN, 1997, p.38).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) vem ratificar os PCN (1997) apontando a proporcionalidade como uma das ideias fundamentais que "deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc." (BRASIL, 2017, p. 266), além de sua presença constante na vida prática do cidadão, como no comércio, na compra e venda de mercadorias.

Situações desse tipo são elencadas como exemplo pelo PCN (1997) no Segundo Ciclo, que atualmente corresponde ao 4º e 5º anos: "Dois abacaxis custam R$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis? (Situação em que o aluno deve perceber que comprará o dobro de abacaxis e deverá pagar–se não houver desconto–o dobro, R$ 5,00, não sendo necessário achar o preço de um abacaxi para depois calcular o de 4.)" (BRASIL, 1997, p. 72). Os PCN(1997) ressaltam que são situações da vida cotidiana e por conta disso são compreendidas pelos estudantes.

Desse modo, podemos perceber a importância da proporcionalidade e que ela está diretamente ligada à situações da estrutura multiplicativa e trouxemos autores que a discute do ponto de vista matemático. Para Imenes e Lellis (2007, p. 252) proporção é a "Relação multiplicativa entre duas grandezas, dois números ou duas medidas.

Esses mesmos autores, dão ainda a seguinte definição para proporção: "Também se define proporção como igualdade entre duas razões. Assim $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ é uma proporção" (IMENES; LELLIS, 1998, p. 252). Segundo autores, a razão é "Noção relacionada com a comparação de duas quantidades por meio da divisão. A palavra *razão*, vem do latim *ratio*, que significa 'divisão'. A razão entre os números 10 e 2 é 10 : 2 = $\frac{10}{2}$ = 5. Isso significa que 10 é o quíntuplo de 2" (IMENES; LELLIS, 1998, p. 267). Ao colocar que proporção é uma relação ou uma comparação entre duas quantidades percebemos que os autores não especificam se de grandezas distintas, o que caracteriza a relação funcional, ou ainda de mesma grandeza denotando assim o fator escalar.

Post, Behr e Lesh (1995) trata de proporção por um outro aspecto, como sendo o raciocínio com proporções que

> é uma forma de raciocínio matemático. Ele envolve um senso de covariação, comparações múltiplas e a capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. O raciocínio com proporções está ligado à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos. O fato de muitos aspectos de nosso mundo funcionarem de acordo com regras de proporcionalidade faz com que a faculdade de raciocinar com proporções seja extremamente útil na interpretação dos fenômenos do mundo real. (POST; BEHR e LESH, 1995, p. 90).

Dessa forma, percebe-se a importância do raciocínio proporcional, pois, conforme esses autores, muitos aspectos da vida cotidiana condizem com as regras da proporcionalidade. Na vida prática é possível ver a proporcionalidade, a covariação entre as grandezas como por exemplo, a relação entre o consumo de combustível de um automóvel e os quilômetros rodados; nas receitas culinárias; na compra de produtos do dia a dia. Ainda para os referidos autores

O raciocínio com proporções tem aspectos tanto matemáticos como psicológicos. Matematicamente, toda relação proporcional pode ser representada pela função $y = mx$, o tipo mais fundamental de equação linear. Essa equação representa uma relação simples, de natureza multiplicativa, entre os termos dos pares ordenados (x, y), de números. (POST; BEHR e LESH, 1995, p. 90).

> Post, Behr e Lesh (ibid) destacam ainda que também é necessário o raciocínio com proporções, a fim de comparar duas razões ou taxas dadas e que esse raciocínio envolve o pensamento qualitativo, pois faz-se necessários questionamentos, tais como: "Essa resposta tem sentido? Deveria ser maior ou menor?" (POST; BEHR e LESH, 1995, p. 90).

Esses autores concluem que "para raciocinar com proporções, a pessoa precisa ser capaz de distinguir entre situações proporcionais e não proporcionais. Isso tem implicações diretas para o ensino."(POST; BEHR e LESH, 1995, p. 91). Pensando em uma situação que poderíamos trazer como exemplo de não proporcionalidade seria: *Paulo com 2 anos de idade tinha 80 centímetros de altura. Qual é a altura de Paulo agora que tem 6 anos?* Ao

ISSN 2526-2882

analisarmos tal sitção temos duas quantidades de grandezas distintas que se relacionam na primeira infância, idade e altura, contudo não na mesma proporção. É possível que situações desse tipo desencadeария discussões interessantes a respeito da não proporcionalidade pois, apesar da idade ter aumentado 3 vezes, a altura atual está longe de ser 180 cm, pois essa medida é inadmissível para uma criança de 6 anos de idade.

Embora situações de proporcionalidade serem comuns no cotidiano das pessoas, não significa que no contexto escolar elas sejam capazes de responde-las de maneira correta. Pesquisas revelam que ao resolver situações de proporcionalidade estudantes de EJA também apresentam dificuldades. A pesquisa de Macedo (2012) foi realizada com 40 estudantes do curso de 3º Termo/Ano da Educação de Jovens e Adultos (EJA), cujo objetivo foi de investigar as potencialidades de uma sequência de ensino, elaborada com base nos conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e à luz da Teoria dos Campos Conceituais, para a aprendizagem do conceito de Proporção Simples.

Sua pesquisa envolveu dois grupos de estudantes da capital paulista, um chamado de grupo controle (GC) e outro de grupo experimental (GE), sendo que em cada um deles haviam 20 estudantes. Houve um pré-teste para os dois grupos, uma intervenção de ensino diferenciada na medida em que o pesquisador buscou integrar o conhecimento de proporcionalidade já apropriado pelos estudantes. Após a intervenção de ensino, foi aplicado um pós teste nos dois grupos. No pré-teste os 40 estudantes alcançam 20% de acerto nas situações de proporção simples muitos para muitos. Com esse resultado do pré-teste Macedo (2012) ressalta que os estudantes de sua pesquisa não deveriam ter dificuldade em nível cognitivo ao operar com situações de um para muitos e muito para muitos, uma vez que eles já se encontravam no último ano da Educação Básica.

Outro estudo a respeito de proporção simples que trouxemos para discussão, foi realizado por Magina, Santos e Merlini (2014). Esse estudo teve por objetivo investigar, não só o desempenho dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas envolvendo as situações de multiplicação, como, também, procurou descrever e categorizar as estratégias empregadas por eles. Para atingir tal objetivo, os pesquisadores aplicaram um teste em 349 estudantes do Ensino Fundamental de uma mesma Escola Pública Estadual, localizada na capital paulista. Os pesquisadores analisaram o desempenho e as estratégias empregadas por 175 estudantes (86 do 3o e 89 do 5o ano) em duas situações de proporção simples, que eles denominam de Q1 e Q2, com os seguintes enunciados: Q1 - *Maria utiliza 4 colheres de chocolate para fazer uma receita de brigadeiro. Se ela fizer 3 receitas de brigadeiro, quantas colheres de chocolate ela usará?*; Q2 - *Dona Benta usa 12 ovos para fazer 3 bolos. Quantos ovos ela vai precisar para fazer 5 bolos?*

Diante dos resultados, Magina, Santos e Merlini (2014) relatam em sua análise quantitativa que o melhor desempenho atingido pelos estudantes, tanto os do 3o quanto do 5o ano, foi obtido na Q1. Essa diferença a favor da Q1 foi estatisticamente significativa para cada um dos anos, segundo o teste T-Students para amostras emparelhadas (uma vez que foram os mesmos sujeitos que responderam às duas questões) que fora aplicado, para o 3o ano ($t(85) = 2,86$; $p=0,019$) e para o 5o ano ($t(88) = 7,341$; $p=0,000$).

Com esse resultado quantitativo, os pesquisadores fizeram duas importantes inferências que pudessem explicar desempenhos diferentes alcançados pelos estudantes. A primeira inferência que eles apontam está relacionada ao ponto de vista conceitual. Na visão dos pesquisadores as duas situações têm estruturas diferenciadas, que poderia justificar o porquê os estudantes tiveram sucesso maior na primeira situação. A Q1 (proporção simples um para muitos) pode ter como estratégia de resolução lançar mão da adição de parcelas repetidas, entretanto o mesmo não ocorre na Q2.

A outra inferência os autores a creditam ao nível de complexidade das situações, que são distintos, e essa está relacionada ao ponto de vista cognitivo. A situação tida por Q1 a relação fixa está expressa no contexto (uma receita necessita de 4 colheres de chocolate, um para muitos), ao passo que na Q2 a relação fixa existe, contudo está de maneira implícita. Destaca-se, na Q2 há a necessidade de que as duas operações, divisão e multiplicação, sejam coordenadas para que possamos encontrar a relação fixa (um para muitos).

Ao partimos de pesquisas com estudantes paulistas para um ponto de vista mais amplo, podemos questionar como os estudantes se saem nas macro avaliações realizadas no Brasil todo. Nesse estudo, em especial, estamos interessados tão somente nos resultados obtidos pelos estudantes baianos das escolas urbanas, por se tratar dos sujeitos de nossa pesquisa. Na avaliação nacional de 2015 (Prova Brasil) os resultados apontados foram, no mínimo, preocupantes. Iniciamos com o 5º ano do Ensino Fundamental que atingiu a pontuação de 197,29 relativo ao Nível 3, em uma escala de nove níveis.

De acordo com a escala de proficiência do 5º ano, segundo a descrição desse nível o estudante, no bloco de conteúdo Números e operações; álgebra e funções, pode ser capaz de: associar a fração ¼ a uma de suas representações gráficas; e determinar o resultado da subtração de números representados na forma decimal, tendo como contexto o sistema monetário. Isso significa que, nessa avalição, os estudantes baianos conseguem resolver alguns problemas que envolvem a estrutura aditiva, contudo nesse nível escolar, é previsto que eles já tenham tido contato com problemas da estrutura multiplicativa, desde o 4º ano.

Ao tomarmos conhecimento do resultado alcançado pelo 9º ano, pudemos observar que a situação se agrava em relação ao nível alcançado pelo 5º ano. Na avaliação nacional de 2015 (Prova Brasil), o 9º ano do Ensino Fundamental atingiu com a pontuação de 238,39 o Nível 2, isso é alarmante, visto que, assim como o 5º ano, apresenta uma escala de nove níveis.

Se compararmos os níveis, o desempenho dos estudantes do 9º ano retrocedeu em relação aos estudantes do 5º ano. Ao nos deparar com a descrição do nível 3, imediatamente superior ao alcançado, o estudante do 9º ano no bloco de conteúdo Números e operações; álgebra e funções, dentre outras coisas, pode ser capaz de Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros. Isso é preocupante, pois é certo que a estrutura multiplicativa já fora trabalhada bem antes desse estudante chegar ao 9º ano, contudo esse nível de desempenho nos dá indicativos que ele ainda apresenta dificuldade na resolução de problemas dessa estrutura.

Na tentativa de sanar tais lacunas evidenciadas pelas macro-avaliações, uma das possibilidades são as pesquisas desenvolvidas com a finalidade de melhorar o desempenho dos estudantes, contudo uma das maneiras de atingir esse objetivo de forma mais abrangente são aquelas com propósito de promover formação continuada de professores. Pensando desse modo, dois projetos de pesquisa, que se complementaram, foram desenvolvidos e tiveram como um dos objetivos comuns, o de investigar e auxiliar a prática dos professores do Ensino Fundamental no ensino das Estruturas Multiplicativas. O primeiro projeto, Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult) foi desenvolvido em três estados nordestinos: Bahia como sede principal, Ceará e Pernambuco. O outro, As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia (PEM), foi realizado em cinco núcleos localizados em localidades distintas. Para atingir o objetivo proposto, uma de suas primeiras ações foi aplicar um instrumento diagnóstico que contemplou 14 situações do Campo Conceitual Multiplicativo a estudantes, do 1º ao 9º ano, dos professores das escolas do Ensino Fundamental e parceiras envolvidas nesses dois projetos.

O presente artigo é um recorte dessas duas pesquisas, mais precisamente do PEM, uma vez que analisará os resultados obtidos nas escolas parceiras do Sul da Bahia. Esses resultados que pretendemos analisar vieram da aplicação desse instrumento diagnóstico supracitado aos estudantes do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Apesar de termos a possibilidade de analisar o desempenho de estudantes de todo Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano, como apresentamos os resultados da macro-avaliação realizada em 2015 e estes estão relacionados tão somente aos estudantes do 5º e 9º anos, optamos por nos ater na análise do desempenho de estudantes também nesses dois anos escolares. Como fora mencionado anteriormente, os níveis que os estudantes baianos atingiram (nível 3 no 5º ano e nível 2 no 9º ano) podem não resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

Isso posto, o objetivo desse estudo é analisar e comparar o desempenho dos estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem três situações de proporção simples, da classe de muitos para muitos, do teste diagnóstico aplicado.

ISSN 2526-2882

Teoria

Tanto o E-Mult quanto o PEM, optou por trabalhar com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (1990). Segundo o autor, a TCC "é uma teoria cognitiva que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que relevam das ciências e das técnicas" (VERGNAUD, 1996, p. 155).

A TCC postula que é por intermédio de situações que o estudante é confrontado com novas experiências e, a fim de resolvê-las, ele se utiliza dos conhecimentos já apropriados na tentativa de novas descobertas. Dessa forma, nela distingue-se duas classes de situações:

> 3. classe de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstância, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 4. classes de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abordadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso (VERGNAUD, 1996, p. 156).

Vergnaud argumenta que o sujeito dá sentido aos conceitos ao lidar com diversas situações e mais, que uma situação, por mais simples que seja, não poderá ser analisada com ajuda de apenas um conceito. Assim sendo, para que o estudante se aproprie de um conceito, seja qual for, é importante que o professor proponha uma variedade de situações. Diante do exposto, julgamos viável transcrever a seguir o que para Vergnaud é um campo conceitual:

> Consideremos, antes de mais, um campo conceptual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. (VERGNAUD, 1996, p. 167).

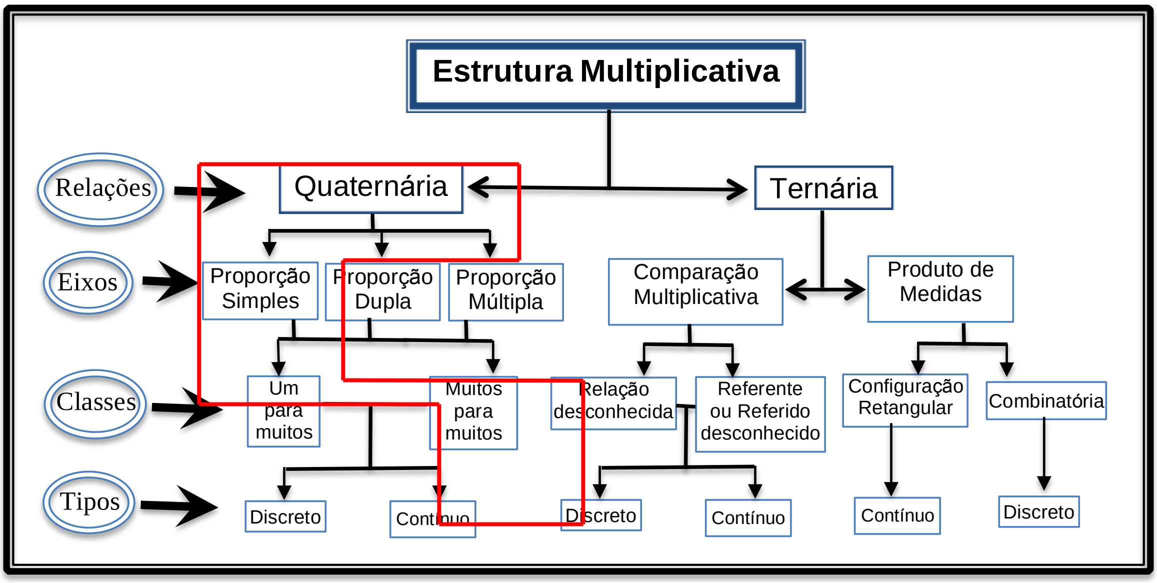
Nesse texto podemos notar que o autor se refere a dois campos conceituais distintas, um relacionado à estrutura aditiva e outro à estrutura multiplicativa. Entre os dois campos conceituais destacados por Vergnaud, para este artigo, interessa-nos o campo conceitual da estrutura multiplicativa, pois é neste campo que se enquadra o conceito trabalhado nas três situações que analisamos, qual seja o conceito de proporção simples.

ISSN 2526-2882

Estrutura multiplicativa

Situações que se encaixam no campo conceitual da Estrutura Multiplicativa são aquelas que para sua resolução solicitam operações de multiplicação, divisão ou ainda a combinação das duas. Vergnaud (2009), classifica as situações da Estrutura Multiplicativa como: relação quaternária e relação ternária. Magina; Santos e Merlini (2014) elaboraram uma releitura da obra de Vergnaud e propuseram uma classificação na qual estão alguns conceitos como: multiplicação, divisão, função linear, n-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, combinação, número racional entre outros. A seguir, na Figura 1 apresentamos o esquema proposto por esses autores, o qual traz um quadro-resumo da estrutura multiplicativa, destacando o que será utilizado nesse artigo: as relações Quaternárias, no eixo Proporção Simples, na classe Muitos para muitos.

Figura 1 – Quadro resumo da Estrutura Multiplicativa elaborada por Magina, Santos e Merlini (2014)



Fonte: Santos (2015, p.105), com destaque nosso[17]

Como podemos observar no referido quadro, para Vergnaud (2009) a estrutura multiplicativa apresenta duas relações: a quaternária e a ternária. A relação quaternária é composta por três eixos: Proporção Simples, Proporção Dupla e Proporção Múltipla e esses em duas classes: 1) um para muitos e 2) muitos para muitos. Para essas duas classes de situação é possível trabalhar com quantidades dos tipos discreto e contínuo. A relação ternária, por sua vez, é formada por dois eixos Comparação Multiplicativa e Produto de Medidas. O eixo da Comparação Multiplicativa é composto por duas classes, são elas Relação Desconhecida e Referente ou Referido Desconhecido, que comportam situações com quantidades dos tipos discreto e contínuo. No eixo de Produto de Medidas também há duas classes, Configuração

[17] Esquema elaborado por Magina; Santos e Merlini (2010) ajustado em 2014 pelos autores.

Retangular cujas situações apresentam somente quantidades do tipo contínua, e Combinatória que trabalha somente com quantidades do tipo discreta.

De forma breve, pois não temos a pretensão de expor de cada uma das classes, faremos distinção entre as relações ternária e quaternária. Situações tidas como da relação ternária são tratadas como uma relação entre duas quantidades, que poderão ter tanto grandezas distintas como iguais. A relação ternária é constituída por dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medida. O primeiro eixo apresenta duas classes de situação: relação desconhecida e referido desconhecido, levando em consideração dois tipos de quantidades, continua e discreta. No eixo de Comparação Multiplicativa temos duas quantidades iguais e uma relação entre elas. Já no outro eixo das relações ternárias, o produto de medidas, este apresenta duas classes de situações: a configuração retangular e a combinatória. A configuração retangular permite a formulação de problemas levando em consideração quantidade contínua, sendo duas de mesma grandeza e a terceira de grandeza distinta. Na classe de combinatória o tipo de quantidade é discreta e temos três quantidades de grandezas distintas.

A título de ilustração, daremos um exemplo de cada uma das classes da relação ternária. No eixo da comparação multiplicativa: *João tem 4 bolas de gude e Carlos tem o triplo. Quantas bolas de gude Carlos tem?* Podemos perceber que temos duas quantidades de mesma grandeza (quantidade de bolas de gude de João e de Carlos) e uma relação (triplo) entre elas. No eixo de produto de medidas, na classe de configuração retangular: *Maria quer colocar piso em sua sala que mede 5 metros de comprimento por 4 metros de largura. Quantos metros quadrados ela terá que comprar de piso?* Nessa situação temos duas quantidades de mesma grandeza (comprimento e largura em unidade de medida em metro linear) que ao multiplicar obtemos uma quantidade de outra grandeza, diferente das outras duas (unidade de medida de superfície da sala em metro quadrado). Nesse eixo ainda, na classe de combinatória: *Cassia tem 4 blusas e 3 saias. Utilizando essas blusas e saias, quantos trajes diferente ela poderá montar?* Em situações de combinatória temos três conjuntos disjuntos e distintos, o conjunto de saia, o conjunto de blusa que ao multiplicar forma o conjunto de trajes. Significa que os dois elementos de grandezas distintas (quantidade de saia e quantidade de blusa) estão ligados por uma relação multiplicativa que resultará outro elemento de grandeza diferente dos dois primeiros, a quantidade de trajes possíveis.

Passamos a discutir então situações que contemplam a proporcionalidade e uma delas poderia ser: *Uma caixa de chicletes tem duas unidades. E 5 caixas, quantos chicletes terão?* De acordo com o esquema da figura 1, essa situação pertence ao eixo de proporção simples, da classe de um para muitos, que para Gitirana et al. (2013) situações dessa classe são consideradas como protótipo da multiplicação. O fato dela apresentar uma das quantidades igual a 1 (uma caixa), e sendo esse número o elemento neutro da multiplicação, é comum que

ISSN 2526-2882

resolução desse tipo de situação se apoie em uma relação ternária: a x b = c (5 x 2 = 10), entretanto essa situação é uma relação quaternária, da classe um para muitos, entre duas quantidades de grandezas distintas, quantidade de caixas e quantidade de chicletes. Como as quantidades dessa situação fazem parte do conjunto dos Naturais, é possível que essa situação seja resolvida por adição de parcelas repetidas (2 chicletes + 2 chicletes + 2 chicletes = 6 chicletes), o que Vergnaud (2009) considera como sendo filiação entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo.

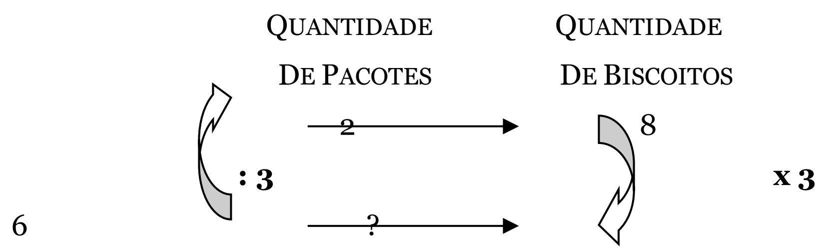
Para efeito desse artigo, o interesse recai em situações da classe de muitos para muitos e por conta disso, nos ateremos em elucida-lo trazendo exemplos e os esquemas de resolução propostos por Vergnaud (2009). Uma característica dessa classe de situações é que a unidade não está explicitamente presente nas quantidades, como por exemplo:

Dois pacotes de biscoitos possuem, no total, oito biscoitos. quantos biscoitos possuirão seis pacotes?

Para discuti-la trouxemos os dois tipos de análise feitas por Vergnaud (2009) em situações relativas às relações quaternárias: (i) operador escalar que opera com as quantidades de mesma grandeza e (ii) operador funcional que opera com as quantidades de grandezas distintas, que permite passar da quantidade uma grandeza para quantidade de outra grandeza.

<u>Análise a partir do operador escalar</u>

Esquema 1 – Análise utilizando o operador escalar (vertical)



Fonte: Produção dos autores

Como podemos observar os movimentos das flechas, a análise utilizando o fator escalar é feita entre as quantidades de mesma grandeza. Cabe ressaltar que o fator escalar é sem dimensão, o que significa que ele não é quantidade de pacotes, tampouco de biscoitos. No primeiro momento dessa análise é preciso saber que número que multiplicado por 2 (pacotes) tem como produto 6 (pacotes). Para tanto, dividimos 6 pacotes por 2 pacotes e encontramos o operador escalar 3. No segundo momento, utilizamos esse mesmo operador escalar 3 recém

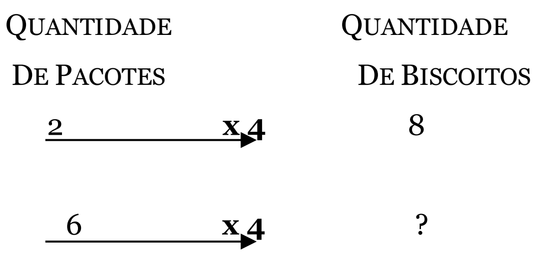
ISSN 2526-2882

encontrado e aplicamos na outra grandeza, quantidade de biscoitos. Multiplicamos 8 biscoitos pelo operador escalar 3 e obtemos a resposta procurada, 24 biscoitos.

Apesar de não estar exposto no esquema, para a resolução dessa situação é possível encontrar a quantidade de biscoitos que há em um pacote. Desse modo, para encontrar 1 pacote termos que dividir a quantidade 2 pacotes pelo fator escalar 2 e encontramos a quantidade de 1 pacote. Replicaremos essa operação na coluna da quantidade de biscoitos, dividindo a quantidade 8 biscoitos pelo mesmo fator escalar (2) e encontraremos a 4, ou seja, um pacote contém 4 biscoitos. Assim temos que em 1 pacote há 4 biscoitos, como eu quero saber de 6 pacotes, o fator escalar agora é 6, encontrando como resultado 24 biscoitos, pois 4 biscoitos vezes o escalar 6 temos como resultado 24 biscoitos. Cabe salientar que, matematicamente, em situações da classe de muitos para muitos sempre é possível voltar à unidade, contudo há situações que não permite esse retorno por não fazer sentido.

<u>Análise a partir do operador funcional</u>

Esquema 2 – Análise utilizando o operador funcional (horizontal)



Fonte: Produção dos autores

Ao observamos o Esquema 2, percebemos que ele está centrado na aplicação do operador funcional (4) que permite passar da quantidade de pacotes (2) para a quantidade de biscoitos (8). Assim, esse mesmo fator funcional (4) é aplicado novamente na quantidade de biscoitos, desta vez transformando a quantidade de 6 pacotes em 24 biscoitos, sendo essa última a quantidade procurada.

Destacamos que a análise a partir do operador funcional é realizada levando em conta a relação que há entre as duas grandezas distintas, quantidade de pacotes e quantidade de biscoitos. Essas situações podem ser trabalhadas já nos anos iniciais com destaque para esse tipo de resolução que promove o raciocínio funcional, importante para compreensão do estudo das funções, em especial da função linear que o estudante terá de maneira formal nos anos finais, assim como no Ensino Médio.

Procedimentos Metodológicos

Este estudo apoiou-se nos princípios da pesquisa descritiva que o pesquisador tem por objetivo interpretar determinados dados ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la (Rudio, 2001). Dessa forma, o presente estudo busca apresentar e discutir o desempenho dos estudantes dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental na resolução de três situações envolvendo proporção simples – muitos para muitos.

Essas três situações fazem parte de um teste diagnóstico aplicado a 323 estudantes de quatro Escolas Públicas, localizadas no Sul do Estado da Bahia, assim distribuídos: 235 estudantes do 5º ano e 88 do 9º ano. O teste foi composto de 14 questões que contemplavam situações do Campo Conceitual Multiplicativo, aplicado coletivamente aos estudantes que responderam individualmente. A aplicação foi conduzida pelo professor de cada uma das turmas com a supervisão dos pesquisadores. O quadro a seguir traz as três situações que nos interessa, que serão nomeadas de S1, S2 e S3.

Quadro 1 – Situações de proporção simples – muitos para muitos

S1 - Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?
S2 - Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?
S3 - Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

Fonte: Arquivos do PEM

Como podemos confirmar, trata-se de três situações de proporção simples da classe de muitos para muitos, como aquela que apresentamos na seção anterior, contudo elas são distintas do ponto de vista didático. A situação S1 admite as duas resoluções elencadas anteriormente, tanto pelo operador escalar quanto pelo operador funcional. Além disso, é possível também chegar a unidade da quantidade de fantasias. Contudo somente a resolução pelo operador escalar é que o estudante continuará trabalhando com números Naturais. Isso significa que o fator escalar entre 35 m e 5m de tecido é 7 e, portanto, um número Natural. Replicando esse fator escalar na outra grandeza, temos de multiplicar o 3 que é a quantidade de fantasia por 7, obtendo a quantidade de 21 fantasias. Diferente se pensar em retornar para uma fantasia, pois para sua confecção é necessário 5 m dividido por 3 fantasias que resulta em uma dízima periódica (1,66...); ou ainda na relação funcional que para cada 3 fantasias preciso de 5 m de tecido, sendo que a função que está por trás dessa relação é $f(x) = \frac{5}{3}x$, nada usual para estudantes desse nível escolar.

A S2, assim como a anterior mas de modo mais simples, também permite que se calcule a unidade de uma das grandezas, que é a quantidade de reais que custa uma caixa de suco. Nesse caso utilizando a divisão entre 9 caixas por 3 caixas de suco temos como resulta 3 que é o fator escalar. Assim, replicando esse fator escalar, precisamos também fazer a divisão entre os R$ 15,00 (valor total de 9 caixas de suco) por 3 (fator escalar) para chegar na resposta R$ 5,00.

Outra possibilidade de resposta poderia ser utilizando o operador funcional. Nesse caso, é preciso dividir a quantidade de R$ 15,00 pela quantidade de caixas de suco, que é 9, que poderíamos expressar ou por uma fração $(fx) = \frac{15}{9}x \;\; ou\; ainda \;\; f(x) = \frac{5}{3}x)$, ou por uma dízima periódica (1,66...), que na função terá que truncar a quantidade de casas decimais desse número que se pretende trabalhar e ainda decidir se será ou não arredondado para 7 a última casa decimal.

Em contrapartida na S3 não faz sentido pensar em 1 volta porque na gincana o aluno só marcará ponto a cada 3 voltas. Isso significa que a quantidade de pontos, que também não é unitária (4 pontos), está atrelada aos múltiplos de 3. Assim, para determinar o operador escalar, temos que dividir a quantidade de voltas 15 pela quantidade de voltas 3, e encontramos 5. Cabe ressaltar que esse o fator escalar não tem dimensão, não é nem quantidade de voltas, tampouco quantidade de pontos. Determinado o operador escalar, replicamos na quantidade da outra grandeza, quantidade de pontos, multiplicando a quantidade de pontos 4 pelo operador escalar 5, obtendo o resultado de 20 pontos.

De outro modo, é possível resolvê-la também pelo operador funcional, o que necessita dividir a quantidade de pontos pela quantidade de voltas. Assim, temos que a relação funcional entre as duas quantidades de grandezas distintas é $f(x) = \frac{4}{3}x$. Contudo, cabe salientar que para essa situação o domínio está restrito ao conjunto dos números Naturais e aos múltiplos de 3. Para essa gincana, se Alex tivesse feito 4 ou 5 voltas ele ainda seria contemplado com 4 pontos.

Ainda que estivéssemos interessados em analisar tão somente o desempenho dos estudantes e não suas estratégias de resolução, acreditamos que essa análise *a priori* das situações foi importante na medida em que apresenta algumas das possíveis resoluções, utilizando os operadores funcional e escalar destacando suas facilidades e complexidades.

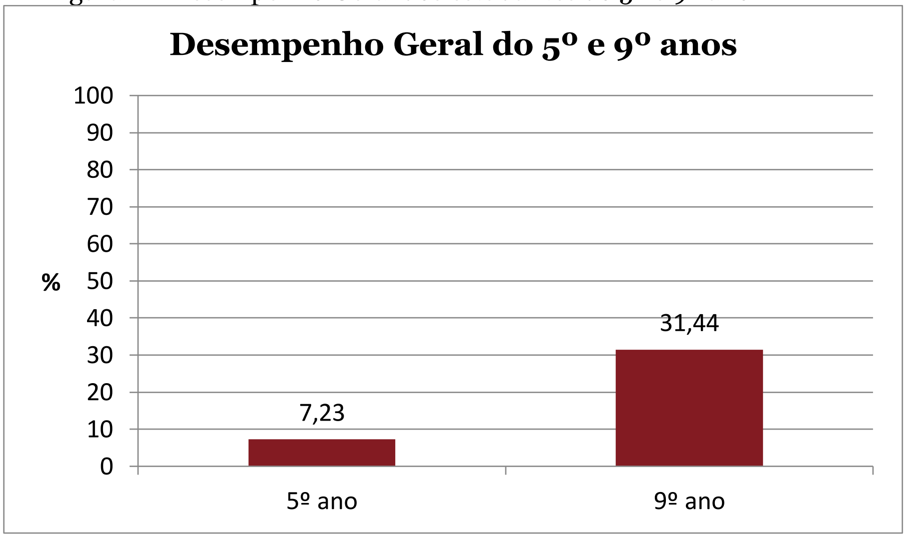
De posse dos dados iniciamos a análise quantitativa do desempenho dos estudantes, perfazendo um total de 969 itens de análise, sendo 705 itens para o 5º ano que corresponde ao produto de 235 estudantes por 3 questões e 264 itens para o 9º ano, produto de 88 estudantes por 3 questões.

Análise Dos Dados

A análise quantitativa foi realizada sob três perspectivas: (i) comparando desempenho geral dos estudantes do 5º ano com os do 9º ano; (ii) comparando o desempenho de cada uma das situações entre os estudantes do 5º ano com os do 9º ano; (iii) comparando o desempenho das três situações dos estudantes do 9º ano.

Salientamos que nessa análise quantitativa comparativa utilizamos o *software Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS) com base em análise estatística não paramétrica. Iniciamos a análise comparando o desempenho geral dos estudantes do 5º e 9º nas três situações juntas, representado no gráfico da Figura 1 a seguir.

Figura 1 – Desempenho Geral dos estudantes do 5º e 9º ano

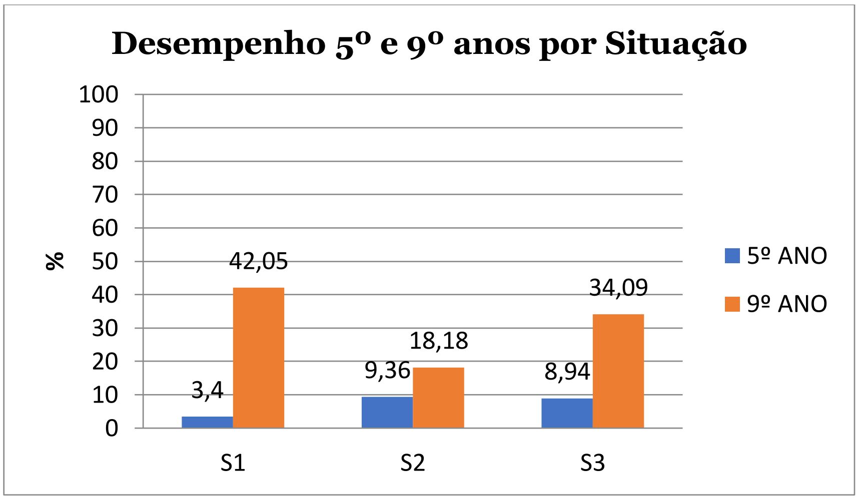


Fonte: Rede E-Mult (2013/2017)

Os dados desse gráfico nos revelam que tanto o 5º quanto o 9º anos tiveram desempenho pífio, sendo que o resultado atingido pelo 9º ano foi, apesar de não ultrapassar o patamar de 32%, sensivelmente melhor se compararmos com o desempenho atingido pelo 5º ano, que teve uma diferença de 24,21 pontos percentuais. Se levarmos em conta as sugestões do PCN (1997) e atualmente as orientações da BNCC (2017) destacadas no início desse artigo, esses resultados não condizem. Todas as três situações apresentam curtos contextos, esses por sua vez podem ser perfeitamente encaixados na vida cotidiana dos estudantes, as quantidades propiciam até mesmo o cálculo mental, por estarem representadas por números de pequena monta. Por outro lado, os resultados atingidos pelos estudantes do 9º ano foram melhores daqueles relatados por Macedo (2012) em sua pesquisa.

Embora tenhamos atingido melhores resultados, estamos diante de baixos percentuais de acerto o que nos suscita questionar se esse resultado permanece se focarmos cada uma das questões separadamente por ano escolar. Desse modo, nos valemos do gráfico que expomos na Figura 2 em seguida.

Figura 2 – Desempenho por situação dos estudantes do 5º e do 9º ano



Fonte: Rede E-Mult (2013/2017)

Ao analisarmos os dados do gráfico na Figura 2, percebemos que os estudantes do 9º ano continuam tendo melhor desempenho em relação ao dos estudantes do 5º ano, nas três situações. Contudo, apesar do 9º ano ter se destacado em relação ao 5º ano, esse resultado ainda é pífio, uma vez que a situação que teve melhor desempenho não ultrapassou a casa dos 42% de acerto, na S1. Interessante observar que dentre as três situações, a S1 foi a situação que o 9º ano teve melhor desempenho e o 5º ano teve o pior desempenho. Os dados apontam ainda que o desempenho dos estudantes do 5º ano não atingiu, em nenhuma das três situações, 10% de acerto.

Como as amostras apresentam quantidades distintas, 5º ano 235 estudantes e 9º ano 88 estudantes, para que pudéssemos analisar comparativamente o desempenho desses dois anos, lançamos mão do teste *qui-quadrado*, recorrendo ao *software* SPSS. Para essa análise, comparamos o desempenho das três situações separadamente.

Tabela 1 – Tabela de acerto do 5º e 9º anos nas situações de proporção simples muitos para muitos

SITUAÇÃO	**5º ano**	**9º ano**	**Valor χ^2**	**P-valor**
S1	3,40	42,05	79,725a	,000
S2	9,36	18,18	4,798a	,028
S3	8,94	34,09	30,469a	,000

Fonte: Rede E-Mult (2013/2017)

ISSN 2526-2882

Tomando por base os resultados do teste *qui-quadrado*, conforme traz os dados da Tabela 1, a comparação do desempenho dos estudantes do 5º e 9º anos, em cada situação, indica que existe diferença significativas nas três situações, a favor do 9º ano. Confirma que a situação em que existe menos diferença é na S2, mas mesmo nessa situação, a diferença é significativa a favor dos acertos do 9º ano.

Diante dos resultados de desempenho encontrados no 5º ano, que não atingiram 10% de acerto, o consideramos como efeito de chão, então decidimos que nada mais temos a analisar a esse respeito.

Ainda analisando os dados dos estudantes do 9º ano, indagamos se havia diferença significativa do desempenho entre as três situações. Para responder a essa indagação, lançamos mão do teste *T-Student* do SPSS e trouxemos os resultados na tabela a seguir.

Tabela 2 – Tabela de acerto do 9º ano por situação de proporção simples muitos para muitos

Situações	**n**	**Média**	**Desvio Padrão**	**t**	**p-valor**
S1 - S2	68	0,132	0,621	1,758	0,083
S1 - S3	81	0,086	0,636	1,222	0,225
S2 - S3	68	-0,147	0,629	-1,927	0,058

Fonte: Rede E-Mult (2013/2017)

De acordo com o teste *T-Student* é possível observar que não houve diferença significativa entre os resultados alcançados pelos estudantes do 9º ano nas três situações. Para esse grupo todas as três situações foram igualmente difíceis. Os motivos desse baixo desempenho podem estar atrelado às inferências apresentadas por Magina, Santos e Merlini (2014). Situações como S1, S2 e S3 não são passíveis de resolução por adição de parcelas repetidas; a relação fixa entre as grandezas não está explícita e isso faz com que o estudante coordene duas operações, de divisão e multiplicação para S1 e S3 ou ainda duas operações de divisão para a resolução da S2 (para encontrar o operador escalar).

Conclusões

O objetivo desse artigo foi analisar e comparar o desempenho dos estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental ao resolverem três situações de proporção simples, da classe de muitos para muitos, do teste diagnóstico aplicado.

A análise dos resultados nos permite fazer algumas considerações e reflexões. Elas partem das recomendações do PCN (1997) ratificadas pela BNCC (2017), que argumentam, veementemente, a importância de se trabalhar a proporcionalidade, visto que é um dos conteúdos fundamentais para a aprendizagem de outros quer seja da Matemática, quer seja em outra área de conhecimento. Além disso, destacam a importância para a vida fora do contexto escolar, visto que a proporcionalidade está presente no cotidiano das pessoas.

Desse modo, ao relacionar os documentos oficiais com os resultados ínfimos atingidos pelos estudantes do 5º ano, estamos diante de um dado preocupante. O fato do índice de acerto não ter atingido 10% dos estudantes, é razoável supor que esses estudantes não tiveram contato com situações desse tipo.

Apesar dos índices de acerto atingidos pelo 9º serem melhores do que o 5º ano também apontam fragilidades. É possível inferir que esses estudantes, que estão no último ano do Ensino Fundamental, ainda não dominam esse conteúdo, a ponto de não compreender situações cujos cálculos poderiam ser feitos apenas mentalmente, visto que os valores das quantidades eram de pequena monta.

Esses resultados nos revelam um sinal de alerta, o qual nos aponta que é preciso trabalhar com uma variedade de situações de proporção simples, em especial da classe de muitos para muitos, permitindo que os estudantes possam aprimorar e expandir o Campo Conceitual Multiplicativo.

Bibliografia

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>, Acesso em, 28 fev. 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, **A. Repensando multiplicação e divisão:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Microdicionário de Matemática.** São Paulo: Scipione, 1998. 351 p.

MACEDO, E. L. **Proporcionalidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais:** uma sequência de ensino diferenciada para estudantes da EJA. 2012. 168 f. Dissertação

ISSN 2526-2882

(Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MAGINA, S M P; SANTOS, A dos ; MERLINI, V L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 89 – 103.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 29 ed. Petrópolis: Vozes. 2001.

VERGNAUD, G. **La Théorie dês champs conceptuals.** Recherches em Didactique dês Mathématiques, Grenoble, 1990.

_______. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN J. (Ed.). **Didáctica das Matemáticas.** (Maria José Figueiredo, trad.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

_______. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de matemática na escola elementar. (Maria Lucia Faria Moro, trad.). Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

Biografia Resumida

Antonio César Nascimento Teixeira – Formação inicial: Licenciatura em Matemática; Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC; Professor da Escola Básica em Itabuna-BA; Integrante do Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática—RePARe em EdMat/UESC;

Link do lattes: http://lattes.cnpq.br/9473040777775362

e-mail: cesarteixeira.ios@gmail.com

Deusdete Luiz da Silva Filho – Graduado em Pedagogia pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB. Pos Graduado Em Psicopedagogia com Atendimento Clínico, Hospitalar e Institucional pelo ISEO Professor do Centro Educativo Fé e Alegria, Ilhéus BA. Integrante do Grupo de

Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências – GPEMEC.

Link do lattes: http://lattes.cnpq.br/3445163077282837

e-mail: deusdetelsf@bol.com.br

Vera Lucia Merlini – Formação inicial: Bacharelado em Matemática pelo Centro Universitário Fundação Santo André; Especialista em Metodologia do Ensino Superior pelo Centro Universitário Fundação Santo André; Mestre e Doutora em Educação Matemática pela PUC-SP; Professora Adjunto da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Ilhéus–BA; Líder do Grupo de Pesquisa Reflexão, Planejamento, Ação, Reflexão em Educação Matemática (RePARe) em EdMat/UESC

Link do lattes: http://lattes.cnpq.br/9455420974754577

e-mail: vera.merlini@gmail.com