Produto de medidas: analisando as estratégias de resolução de problemas de estudantes do 7º ano do ensino fundamental

Gabriela dos Santos Barbosa

Caio Fabio dos Santos de Oliveira

Resumo

Neste artigo analisamos o desempenho e as estratégias de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações do campo conceitual multiplicativo, classificando os níveis de raciocínio empregados por eles. Coletamos os dados por meio da aplicação de um teste, composto por 14 questões, para 50 estudantes de duas escolas públicas da Bahia. O teste foi instrumento de pesquisa de dois estudos maiores envolvendo cerca de 2000 estudantes e, assim como nossa análise, foi elaborado à luz da Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Para efeito deste artigo, a discussão centrou-se em duas classes de situações relacionadas ao produto de medidas: a configuração retangular e a combinatória. Estabelecemos uma comparação entre os desempenhos dos estudantes nas duas classes e enquadramos as estratégias que eles utilizaram para lidar com os problemas de configuração retangular em três categorias. Os resultados apontam para as dificuldades dos estudantes ao lidarem com problemas multiplicativos. Os índices de erros em ambas as classes de problemas são altíssimos e se elevam ainda mais quando as situações requerem uma divisão para sua solução. Reconhecemos também que muitos estudantes utilizam o pensamento aditivo nos problemas de configuração retangular e nos procedimentos de cálculo em geral. Inferimos que a repetição mecânica deste pensamento e dos procedimentos que derivam deles impede que os estudantes avaliem os resultados que produzem.

Palavras-Chave: Teoria dos Campos Conceituais; campo conceitual multiplicativo; produto de medidas; configuração retangular; Ensino Fundamental.

Product of measures: analyzing the strategies to solve students problems in the 7th year of fundamental education

Gabriela dos Santos Barbosa
Caio Fabio dos Santos de Oliveira

Abstract

In this article we analyze the performance and strategies of students of the 7th year of elementary school in solving situations of the multiplicative conceptual field, classifying the levels of reasoning employed by them. We collected the data by applying a test, composed of 14 questions, to 50 students from two public schools in Bahia. The test was a research instrument of two larger studies involving about 2000 students and, like our analysis, was elaborated in the light of the Conceptual Field Theory, by Gérard Vergnaud. For the purpose of this article, the discussion focused on two classes of situations related to the product of measures: the rectangular and combinatorial configuration. We compiled a comparison of students' performances in the two classes and framed the strategies they used to deal with the problems of rectangular configuration in three categories. The results point to students' difficulties in dealing with multiplicative problems. The error rates in both classes of problems are very high and rise even more when situations require a division for their solution. We also recognize that many students use additive thinking in rectangular configuration problems and in calculation procedures in general. We infer that the mechanical repetition of this thinking and the procedures that derive from them prevents students from evaluating the results they produce.
Keywords: Theory of Conceptual Fields; multiplicative conceptual field; product of measures; rectangular configuration; Elementary School.

Introdução

Pretendemos neste artigo descrever e analisar as estratégias empregadas por estudantes do 7º ano para lidar com problemas pertencentes ao campo multiplicativo, mais especificamente aqueles que envolvem a configuração retangular. Além disso, intencionamos comparar os desempenhos dos estudantes em problemas de configuração retangular e em problemas de combinatória, classes que se filiam ao eixo produto de medidas. Para tanto, optamos por aplicar um teste composto por 14 situações problema do campo multiplicativo em duas turmas de 7º ano de duas escolas municipais da região centro-norte da Bahia. Além do produto de medidas, as situações propostas no teste também se filiam aos eixos proporção simples, proporção dupla, proporção múltipla e comparação multiplicativa. Trata-se de uma classificação das situações do campo multiplicativo elaborada por Magina, Merlini e Santos (2012) à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1990).

Nosso interesse por essa investigação surgiu a partir da nossa participação em dois projetos ao longo dos últimos cinco anos: o E-Mult, financiado pela CAPES, e o PEM, que contou com o financiamento da FAPESB. Com o objetivo de investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às estruturas multiplicativas, e baseado no modelo de formação "ação-reflexão-planejamento-ação", o E-Mult foi realizado num período de quatro anos e em rede, abrangendo três estados da região nordeste (Bahia, Ceará e Pernambuco). Semelhante ao E-Mult no que concerne a objetivos, quadro teórico e método, o PEM também foi realizado em rede, entretanto abrangeu apenas núcleos baianos, a saber: a Universidade Estadual de Santa Cruz (núcleo sede); a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Campus Vitória da Conquista (núcleo UESB-Conquista); Universidade do Estado da Bahia, Campus Senhor do Bonfim (núcleo UNEB-Bonfim); Universidade Estadual de Feira de Santana (núcleo UEFS-Feira); a Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (núcleo UFRB-Amargosa); e, por fim, o Grupo Educação Matemática em Foco (núcleo EMFoco- Salvador). Cada núcleo, por sua vez, trabalhou em parceria com pelo menos uma escola publica.

Em ambos os projetos podemos identificar um estudo de caráter descritivo, que envolveu a aplicação do teste diagnóstico que ora mencionamos e um estudo, de caráter experimental e que aconteceu logo após o primeiro, voltado para a formação continuada em serviço de professores da rede pública. Os dados coletados nesses estudos dialogam com outros estudos como, por exemplo, aqueles desenvolvidos por Magina, Merlini e Santos (2014), Souza (2015), Milagre (2017) e Luna (2017). O primeiro, semelhante a este, foca nas estratégias empregadas por estudantes do Ensino Fundamental, só que em problemas de proporção simples. Os três últimos, que focam na formação de professores, revelam o desconhecimento dos professores da possibilidade de se classificar as situações multiplicativas, o que os levava a privilegiar apenas um ou dois tipos de situação. Assim, destacam a necessidade de formação continuada para os professores que ensinam matemática para que estes revejam suas práticas de ensino do campo multiplicativo.

A investigação de Souza (2015) teve o objetivo de investigar a concepção do professor que ensina Matemática no Ensino Fundamental sobre o campo conceitual multiplicativo. Metodologicamente, tratou-se de uma pesquisa diagnóstica, envolvendo 59 professores de duas escolas da rede pública do sul da Bahia. Desses, 21 atuam do 1º ao 3º ano, 24 no 4º e 5º ano e 14 atuam do 6º ao 9ºano. A coleta de dados se deu por meio de dois instrumentos, a saber: (i) perfil do professor, no intuito de caracterizar e compreender o universo de estudo, e, (ii) uma ficha, na qual os professores elaboraram oito situações problema envolvendo multiplicação e divisão. Como resultados, a autora destaca que a maioria das situações problema elaboradas pertencem ao eixo das proporções simples, em especial, à classe um para muitos. Tem-se, ainda, que as concepções de professores polivalentes e especialistas se assemelham no que tange a situações envolvendo a estrutura multiplicativa, limitando-se à filiação existente entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo. Ela conclui que isso pode ser consequência da formação desses professores na educação básica.

Já Milagre (2017), em sua pesquisa, teve como objetivo analisar a estrutura de situações problema relacionadas ao eixo de proporção simples, classe um para muitos. Tais situações foram elaboradas por 11 professores que ensinam Matemática do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental em duas escolas do sul da Bahia. A coleta de dados com os professores ocorreu em 3 encontros. No primeiro, o pesquisador utilizou um instrumento no qual os professores elaboraram, individualmente e sem consulta, oito situações problema distintas, envolvendo conceitos do campo conceitual multiplicativo. Nos segundo e terceiro encontros formativos, foi utilizado um relatório de atividade planejada no qual os professores registraram a elaboração de duas situações problema inerentes aos conceitos de proporção simples, classe um para muitos. Milagre (ibidem) apresenta como resultados que mais da metade das situações elaboradas pelos professores possuíam ausência de informações e erros gramaticais. Tais situações foram discutidas em plenária, de maneira que possibilitasse a reestruturação das mesmas pelos participantes da formação. Isso resultou na diminuição do quantitativo de situações com ausência de informações e, ainda, nas situações com informações suficientes, os erros gramaticais foram reduzidos. Sendo assim, destacou a relevância da formação, pois houve um avanço na estrutura das situações elaboradas ao longo da mesma.

Nessa mesma direção, Luna (2017) desenvolveu um estudo de caso sobre as crenças e concepções sobre o campo conceitual multiplicativo de quatro professoras que ensinam matemática em turmas dos anos iniciais (3º, 4º e 5º ano) de uma escola da rede pública de Duque de Caxias, Rio de Janeiro. Com base na Teoria dos Campos Conceituais, inicialmente ela solicitou que tais professoras aplicassem um teste diagnóstico sobre situações problema do campo multiplicativo (o mesmo que aplicamos nesta pesquisa). Em seguida, propôs que criassem novas situações problema voltadas para o ensino da multiplicação e da divisão, assistiu às aulas que enfatizavam estas operações e realizou entrevistas semi-estruturadas procurando identificar: a) a formação e a experiência profissional das professoras; b) as experiências de ensino e de aprendizagem do campo multiplicativo que foram marcantes nas suas vidas; e c) que elementos conceituais e pedagógicos costumam privilegiar em suas práticas. Entre seus principais resultados estão as crenças de que a multiplicação se restringe à soma de parcelas repetidas, de que a divisão se limita à distribuição em partes iguais e de que o ensino de ambas as operações deve enfatizar a memorização de tabuadas e a execução de algoritmos.

Voltando-se para os conhecimentos que os estudantes empregam ao serem confrontados com situações problema do campo multiplicativo, Magina, Merlini e Santos (2014) desenvolveram um estudo com o objetivo de analisar o desempenho e as estratégias de estudantes dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental na resolução de duas classes de situações: a correspondência de um para muitos e a correspondência de muitos para muitos. O estudo baseou-se nas ideias teóricas de Vergnaud e consistiu da aplicação de um teste para 349 estudantes de uma escola pública de São Paulo. Os resultados apontaram para uma evolução limitada da competência dos estudantes ao lidarem com problemas multiplicativos. Analisando apenas o problema que envolveu a ideia de muitos para muitos, essa evolução caiu drasticamente. Do ponto de vista das estratégias, os estudantes do 5º ano usaram, prioritariamente, procedimentos multiplicativos, enquanto os do 3º ano privilegiaram os procedimentos aditivos.

Assim como Magina, Merlini e Santos (2014), que tiveram os estudantes como sujeitos de sua pesquisa, priorizamos nesse estudo o desempenho dos estudantes de 7º ano em situações das classes combinatória e configuração retangular. Procuramos comparar os desempenhos entre as classes e, para a última, analisamos mais detalhadamente as estratégias empregadas pelos estudantes. Trata-se de duas classes pouco exploradas pelos professores do Ensino Fundamental, como sinalizam os estudos que mencionamos anteriormente, e de difícil compreensão para os estudantes, como verificaram os estudos de Esteves e Magina (2001), Miguel e Magina (2003) e Pessoa e Borba (2009). Semelhantemente a todas as pesquisas que citamos, fundamentamo-nos na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

Vergnaud estudou as aprendizagens matemáticas com base nas relações estabelecidas pelos problemas, e não se interessou apenas pelas operações que deveriam ser aplicadas ao problema proposto. Assim, ele classificou as questões que envolvem a adição e a subtração dentro do campo aditivo e as de multiplicação e divisão dentro do campo multiplicativo. Na escola, muitas vezes, a multiplicação e a divisão são entendidas como operações opostas: somar parcelas repetidas correspondendo à multiplicação e distribuir em quantidades iguais, à divisão. Ampliando esta visão, Vergnaud (1986, 1996) considera que a multiplicação e a divisão se associam a uma gama de situações distintas e não apenas à soma de parcelas repetidas e à distribuição. Além disso, uma mesma situação do campo multiplicativo pode ser proposta de diferentes formas que determinarão qual operação deve ser utilizada, se a multiplicação ou a divisão.

Segundo Araújo (2015), nessa perspectiva, para cada um dos tipos de problemas, a escolha sobre a operação a ser usada depende do que é pedido no enunciado. A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado. Não precisamos dar importância ao uso de palavras chaves, como, por exemplo, 'ganhar' para operação de adição, 'perder' para subtração, e 'distribuir' para a divisão. As crianças devem analisar os dados do problema para decidir o melhor procedimento a ser usado. Com várias possibilidades de chegar ao valor final, elas se tornam mais autônomas e criativas, aprendem a argumentar para justificar os resultados obtidos e mostram os procedimentos que foram utilizados. Dessa forma, o percurso do raciocínio é o que deve ser valorizado, seja ele feito com algoritmos ou não, com desenhos ou com outra estratégia.

Concordando com Vergnaud (1986, 1996) e com Araújo (2015), em nossa pesquisa procuramos identificar as estratégias empregadas pelos estudantes ao resolverem problemas de configuração retangular e, com base nos registros deixados por eles no teste que aplicamos, procuramos também, sempre que possível, inferir sobre o raciocínio que está por trás dessas estratégias, classificando-os. Para esclarecer o que foi o nosso estudo, na próxima seção, apresentamos com mais detalhes a Teoria dos Campos Conceituais e a classificação do campo conceitual multiplicativo, proposta por Magina, Merlini e Santos (2012) à luz dessa teoria. Na sequência, descrevemos o método e as circunstâncias da pesquisa. Finalizamos discutindo os dados e tecendo nossas considerações sobre o estudo. Acreditamos que a discussão que trazemos pode enriquecer o debate acadêmico acerca dos processos de aprendizagem do campo multiplicativo e fornecer elementos para a construção de programas de formação continuada de professores que visem o ensino das operações.

A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida na década de 1970, pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud.Para ele, um campo conceitual é "um conjunto de situações cujo tratamento implica esquemas, conceitos e teoremas em estreita relação, assim como representações linguísticas e simbólicas que podem ser utilizadas para simbolizá-los" (VERGNAUD, 1986, p. 75). O domínio de um campo conceitual não ocorre em dois meses, nem mesmo em alguns anos. Ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser

ISSN 2526-2882

estudados ao longo de vários anos para que o aluno o domine em sua totalidade. Nessa perspectiva, um conceito não pode ser reduzido a uma definição, sobretudo se estivermos interessados em seu ensino e em sua aprendizagem. É por meio das situações a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Segundo Vergnaud (1986), um conceito está associado à terna *Situações (S), Invariantes (I) e Representações (R)*, em que S, I e R são conjuntos definidos da seguinte maneira:

> S – Conjunto das situações que tornam os conceitos significativos (combinação de tarefas).
> I – Conjunto dos invariantes (objetos, propriedades e os conhecimentos contidos nos esquemas).
> R – Conjunto das representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos. (ARAÚJO, 2015, p. 46)

Cabe esclarecer que Vergnaud (1996) define situação no sentido de tarefa. Em cada campo conceitual, existe uma grande variedade de situações e os conhecimentos das crianças são, então, moldados pelas situações que encontram e progressivamente dominam. Em síntese, frente a uma situação nova, o sujeito adapta seus conhecimentos prévios e desenvolve novas competências, cada vez mais complexas. Assim, revelando as influências da teoria piagetiana, são as situações que dão sentido ao conceito. A compreensão de um conceito não surge apenas de um tipo de situação e uma simples situação sempre abarca mais de um conceito.

Na sequência da terna de sustentação do conceito, temos os invariantes. De acordo com Magina *et al.* (2001, p. 12):

> Os invariantes são componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Eles podem ser implícitos ou explícitos. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno. Neste caso, embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, esses podem ser reconhecidos em termos de objetos e propriedades (do problema) e relacionamentos e procedimentos (feito pelo aluno). Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso, eles são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas.

Não há resolução de problemas sem que se coloquem em jogo os invariantes operatórios (que são a parte oculta da conceitualização) e as representações simbólicas.

Outra influência da teoria de Piaget é o conceito de esquema. Segundo Vergnaud (1996), esquema é a maneira como a pessoa organiza os invariantes. Corroborando com essas ideias, Nunes *et al* (2005, p. 46) acrescentam:

ISSN 2526-2882

> O esquema é uma representação daquilo que é apenas essencial, os detalhes não aparecem. Um esquema de ação é constituído apenas por uma representação da ação em que apenas os aspectos essenciais da ação aparecem: não importam, por exemplo, os objetos sobre os quais a ação foi executada.

Para exemplificarmos, podemos pensar na situação em que uma criança de 5 ou 6 anos deve contar quantos pratos há numa mesa. Provavelmente ela apontará para cada prato na medida em que falar a sequência numérica, sem esquecer nenhum e também sem apotar mais de uma vez para o mesmo prato. Quando acabar estas ações, ela repetirá a última palavra-número mencionada e então reforçará que esta é a quantidade de pratos sobre a mesa. É importante destacar que o esquema de contagem é o mesmo independentemente do que estiver sendo contado, ou seja, a criança usaria as mesmas ações para contar outros objetos que estão sobre a mesa, pessoas num ambiente etc. Além disso, há conhecimentos matemáticos envolvidos nestas ações como, por exemplo, a noção de correspondência biunívoca, o conceito de número e a sequência numérica. Estes conhecimentos estão implícitos nas ações e, na maioria das vezes, as crianças não conseguem explicitá-los. São conhecimentos que Vergnaud (1990) nomeia *conhecimento-em-ação* e, pelo fato de terem sentido para as crianças, a partir deles, o professor pode dar início ao processo de conceitualização. Como afirma Araújo (2015, p. 38):

> A tarefa do professor consiste principalmente em ajudar a criança a desenvolver esse conjunto de esquemas e representações. Novos esquemas não podem ser ampliados sem novos invariantes operatórios. A linguagem e os símbolos são importantes nesse processo de acomodação e o professor pode fazer amplo uso deles no seu trabalhode mediador.

Ou, ainda, como Nunes *et al* (2005, p. 48) declaram:

> Uma das funções mais significativas da educação matemática é promover a coordenação dos esquemas de ação e de raciocínio que a criança desenvolve fora da sala de aula com as representações que fazem parte da cultura matemática. As aprendizagens matemáticas se baseiam nas relações estabelecidas pelos problemas, e não devem ser pensadas como a descoberta de que operação aplicar ao problema proposto.

Por isso pesquisas como a que apresentamos neste artigo são relevantes. Ao observarmos as estratégias empregadas pelos estudantes para lidarem com determinadas situações problema do campo multiplicativo e inferirmos sobre os conhecimentos envolvidos nelas, oferecemos elementos que podem orientar o trabalho do professor e a elaboração de intervenções de ensino que promovam a aprendizagem deste campo de acordo com as ideias de Vergnaud, ideias estas que estão presentes nos documentos oficiais que apontam as diretrizes para o ensino de Matemática no Brasil, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

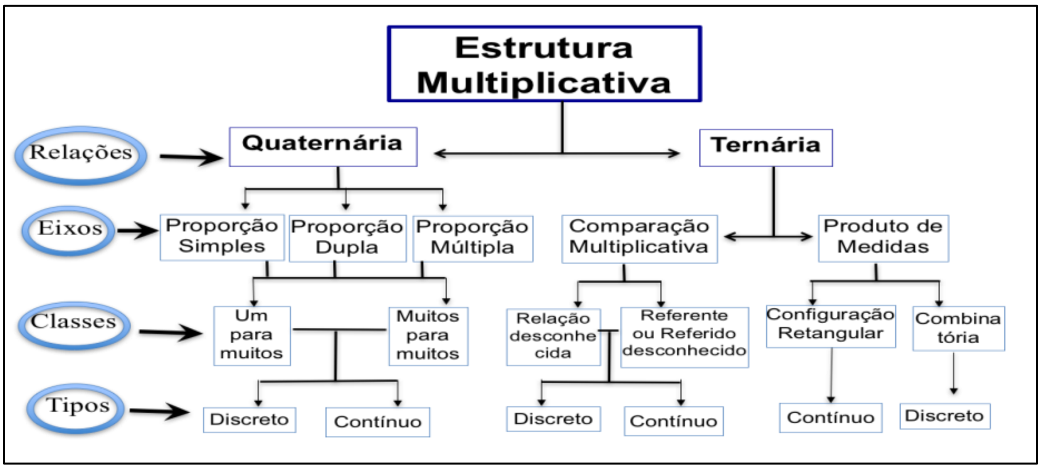
O campo conceitual multiplicativo

Como vimos, Vergnaud, na construção da Teoria dos Campos Conceituais, sofreu grande influência de Piaget. No entanto, em seu estudo, ele se diferencia de Piaget, pois, como Otero (2014) afirma, volta-se para abordar domínios mais específicos, saindo das operações lógicas gerais. Entre estes domínios estão os campos conceituais aditivo e multiplicativo, que Vergnaud estudou a fundo. Neste artigo nos debruçamos sobre o campo multiplicativo.

O campo conceitual das estruturas multiplicativas ou campo conceitual multiplicativo é o complexo de situações que englobam, concomitantemente, as diversas multiplicações e/ou divisões com teoremas que respaldam essas situações. Como Luna (2017, p. 51) afirma, podemos citar nesse conjunto "proporção simples e proporção múltipla, relação escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor etc."

Por ser um campo conceitual, sua apreciação e tratamento abarcam diversos tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas específicos. Vergnaud (2009) classificou as relações multiplicativas em duas categorias que abrangem a multiplicação e a divisão, denominando-as como *relações ternárias* e *relações quaternárias*. As relações ternárias ligam três grandezas entre si que podem ser de natureza diversa. Já as relações quaternárias envolvem quatro grandezas, sendo duas de uma mesma classe e as outras duas pertencentes a outra classe. Magina, Merlini e Santos (2012) construíram o quadro a seguir à luz da classificação de Vergnaud.

Figura 1 - Esquema da estrutura multiplicativa



Fonte – Magina, *Santos e Merlini*, publicado em SANTOS, 2015, p.105

Neste artigo, enfatizamos a configuração retangular e a combinatória, que, como pode ser observado no quadro, são classes do eixo produto de medidas, que, por sua vez, corresponde a um tipo de relação ternária. No produto de medidas, uma grandeza é o produto de outras duas, no mesmo plano numérico e dimensional. Para exemplificar, Luna (2017), propõe duas situações problema. Na classe combinatória, a autora apresenta "*3 rapazes e 2* *moças querem realizar uma dança. Todos eles querem dançar com cada moça e vice-versa. Quantos casais podemos formar?"*. E analisa:

> Temos como conjuntos rapazes = {R1, R2, R3} e moças = {M1, M2}. Os casais são formados pelos pares cartesianos C = R x M. Com esse raciocínio, nos remetemos à ideia de que, para se formar casais, é necessário calcular o produto entre moças e rapazes. Ou seja, $casais = rapazes \cdot moças$ em termos de dimensão e $x = 3 \cdot 4$ para números. (LUNA, 2017, p. 51).

Outro exemplo de produto de medidas, agora no eixo configuração retangular, pode ser vivenciado nas situações em que são dadas as dimensões de um retângulo e se solicita sua área. Supondo-se que as dimensões estejam em centímetros, a dimensão da área será o centímetro quadrado e o número correspondente a ela será obtido pelo produto das dimensões.

Dando continuidade e ênfase ao campo multiplicativo, a pesquisa de Nunes & Bryant (1997) reforça que as crianças, de 5 a 6 anos já compreendem relações multiplicativas. Eles concluíram que a multiplicação e a divisão não se resumem apenas a operações aritméticas novas para serem aprendidas após a adição e subtração. Há novos significados para os números e novos tipos de relações representada por eles, que não permitem restringir a multiplicação à soma de parcelas iguais nem a resolução de problemas à escolha da operação adequada, o que atualmente é muito frequente nas escolas brasileiras. É necessário que as crianças vivenciem situações diversificadas e transitem entre os diferentes sistemas simbólicos associados a elas. Ao analisarmos as soluções apresentadas pelas crianças, procuramos observar, entre outros elementos, estas representações. Na próxima seção, descrevemos mais detalhadamente nosso método de pesquisa.

O método

Tendo em vista nosso objetivo de identificar as estratégias mobilizadas por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas relacionados à configuração retangular e comparar seus desempenhos nesta classe com seus desempenhos na classe combinatória, aplicamos durante aproximadamente 3 horas em 2 turmas do referido ano (que totalizam 50 estudantes) de duas escolas da região centro-oeste da Bahia um teste diagnóstico elaborado por Magina *et al.* (2013). O teste, que está em anexo neste artigo, é composto por 14 situações problema pertencentes ao campo conceitual multiplicativo. Destas, focamos nas situações que envolvem os conceitos de configuração retangular e combinação, sendo duas de cada classe, uma em que são dados os fatores e a incógnita é o produto (fator-fator) e outra em que são dados um fator e o produto e a incógnita é o outro fator (fator-produto), que pode ser obtido por meio de uma divisão. Apresentamos as situações no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 – Situações do instrumento diagnóstico que envolvem as classes configuração retangular e combinatória

Situação	Enunciado	Classe	Operação
Q5	Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3 m de largura e 6 m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?	Configuração retangular (fator-fator)	Multiplicação
Q7	A área do jardim de Vera é retangular e tem 24 m². A largura é 4 m. Qual é o comprimento em metros desse jardim?	Configuração retangular (fator-produto)	Divisão
Q9	A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíche?	Combinação (fator-produto)	Divisão
Q11	Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?	Combinação (fator-fator)	Multiplicação

Fonte: Dados da pesquisa (2014)

Inicialmente corrigimos os testes e, para estas questões, quantificamos erros, acertos e tipos de estratégias empregadas pelos estudantes. Assim, começamos fazendo uma análise quantitativa dos dados. Num segundo momento, focamos nas estratégias empregadas pelos estudantes em Q5 e Q7, procurando estabelecer uma classificação para estas estratégias tendo como referência a classificação estabelecida em Magina, Merlini e Santos (2014). Nesta etapa, nossa análise foi qualitativa. Segundo Goldenberg (1999), nesse tipo de pesquisa o investigador não se preocupa em estabelecer quantificações do grupo investigado, mas sim com o entendimento aprofundado da realidade de cada indivíduo, grupo, organização ou instituição, suas trajetórias e subjetividades.

Segundo ela, "os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos" (GOLDENBERG, 1999, p. 53). Corroborando com estas ideias, Lüdke e André (2014) trazem uma caracterização de pesquisa qualitativa em educação:

> (...) envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (LÜDKE; ANDRÉ, 2014, p.14)

Além dessas características, Lüdke e André (2014) bem como Araújo e Borba (2013), também apontam que, na pesquisa qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural sob investigação e que o pesquisador considera importante a apreensão do significado atribuído pelos participantes à sua realidade e suas ações.

Na nossa investigação, por meio dos registros deixados pelos estudantes no teste, procuramos apreender o significado que cada um atribui às situações que priorizamos. Assim, concordamos com D'Ambrósio (2013) quando afirma que a pesquisa qualitativa "lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos" (D'AMBRÓSIO, 2013, p. 21). Passamos, na próxima seção, à análise dos nossos dados.

Análise dos dados

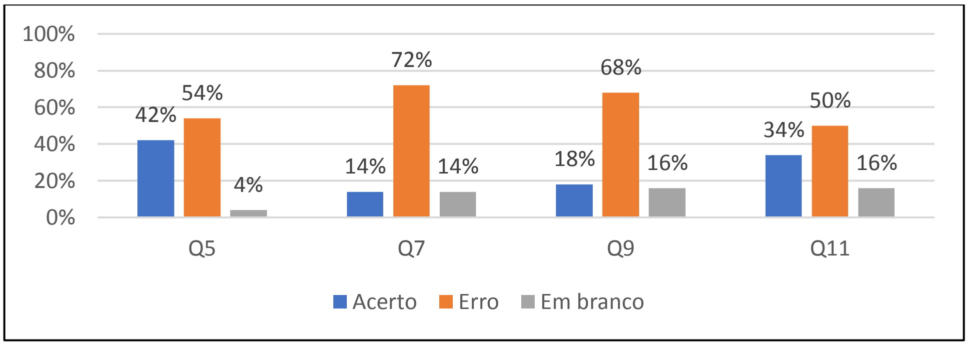
Depois de coletados os dados, estruturamos a análise em duas partes: uma quantitativa e outra qualitativa. A análise quantitativa refere-se ao desempenho dos estudantes e perfaz um total de duzentos itens de análise (cada estudante, de um total de 50 estudantes, fez 4 questões, logo temos 50 x 4 = 200 itens). Seguimos três vieses de análise: (a) análise global do desempenho; (b) comparação de desempenho em questões da classe configuração retangular (Q5 e Q7) com o desempenho em questões da classe combinatória (Q9 e Q11); e (c) comparação do desempenho em questões em que é fornecido o produto (Q7 e Q9) com o desempenho em questões em que este é solicitado (Q5 e Q11). Dada a extensão do trabalho, na análise qualitativa, por sua vez, focamos apenas nas estratégias dos estudantes nas duas questões da classe configuração retangular, deixando a análise das estratégias em questões de combinatória para publicações futuras. Nesta etapa procuramos categorizar as estratégias e identificar os níveis de raciocínio empregados nelas.

Análise quantitativa

Os percentuais de acertos, erros e respostas em branco por questão estão apresentados no gráfico da Figura 2.

ISSN 2526-2882

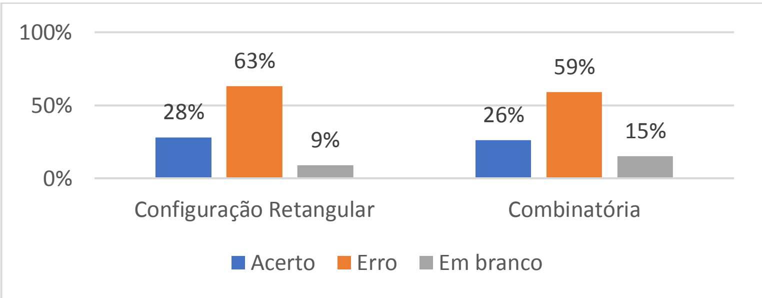
Figura 2: Desempenho dos estudantes do 7º ano por questão



Fonte: Dados da pesquisa

O gráfico da Figura 2 mostra que os índices de erro foram altíssimos em todas as questões. Nenhuma questão teve sequer 50% de acerto, sendo Q5 a única cujo índice se aproximou deste número. Estes dados confirmam resultados de pesquisas citadas anteriormente neste texto que discorrem sobre as dificuldades dos estudantes em situações problema do campo multiplicativo e, principalmente, naquelas que diferem da soma de parcelas repetidas. Diante disso, levantamos duas hipóteses a serem verificadas por meio do teste McNemar. A primeira é se a dificuldade dos estudantes aumenta em função da classe a que as situações pertencem, ou seja, se uma das duas classes em questão (configuração retangular e combinatória) é mais difícil que a outra para os estudantes. Assim agrupamos as questões por classe e compomos o gráfico da Figura 3:

Figura 3: Desempenho dos alunos do 7º ano em relação à classe

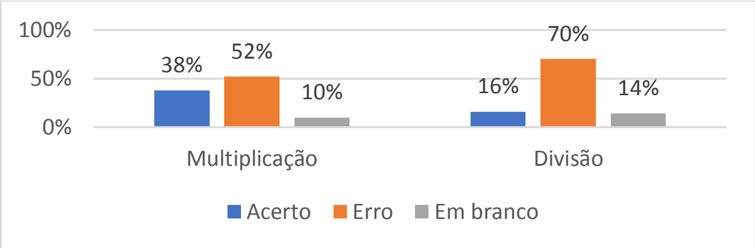


Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com o gráfico, os estudantes tiveram melhor desempenho no grupo de questões de configuração retangular em detrimento do grupo de questões de combinatória. Para observar se essa diferença a favor do grupo de configuração retangular foi estatisticamente significativa, aplicamos o teste McNemar para amostras emparelhadas (uma vez que foram os mesmos sujeitos que responderam às duas questões). Este teste comprovou que a diferença entre os grupos não foi estatisticamente significativa ($p=0,874$). Isto nos leva a inferir sobre a importância do professor trabalhar exaustivamente ambas as classes até que as dificuldades sejam superadas, sem que a aprendizagem de uma possa ser subestimada em relação à aprendizagem da outra.

A segunda hipótese refere-se ao tipo de solicitação da questão e desejamos comparar o desempenho dos estudantes em questões em que o produto é solicitado com o desempenho dos estudantes em questões em que este é dado. Para resolver o primeiro tipo, em geral, os estudantes usam uma multiplicação e, para resolver o segundo tipo, uma divisão. Assim agrupamos Q5 e Q11 (questões em que o produto é solicitado) e Q7 e Q9 (questões em que o produto é dado) e construímos o gráfico da Figura 4:

Figura 4: Desempenho dos alunos do 7º ano em relação à operação



Fonte: Dados da pesquisa.

A fim de verificar se a diferença entre os grupos constante no gráfico é estatisticamente significativa, aplicamos também para estes dados o teste McNemar e obtivemos p = 0,001, respondendo positivamente à nossa hipótese. Assim, aqui inferimos sobre a importância de o professor trabalhar, numa mesma classe, os vários tipos de problemas que podem surgir em função dos dados fornecidos e da pergunta feita.

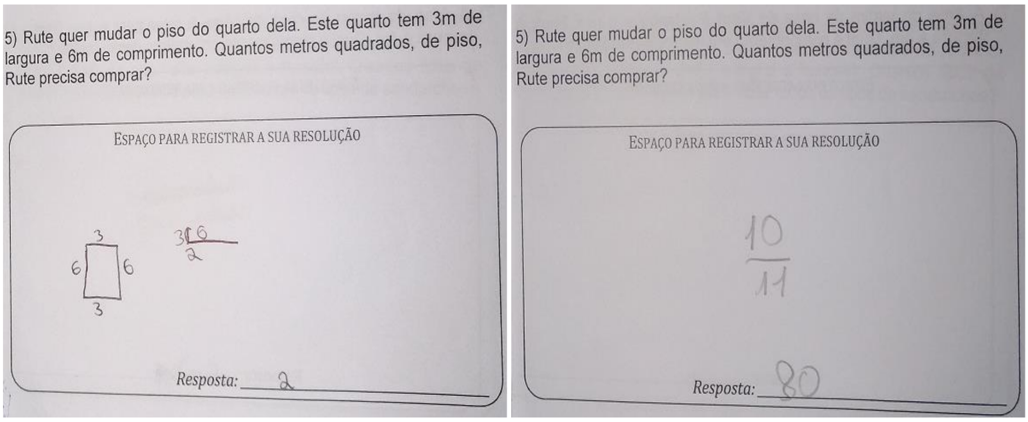
Análise Qualitativa

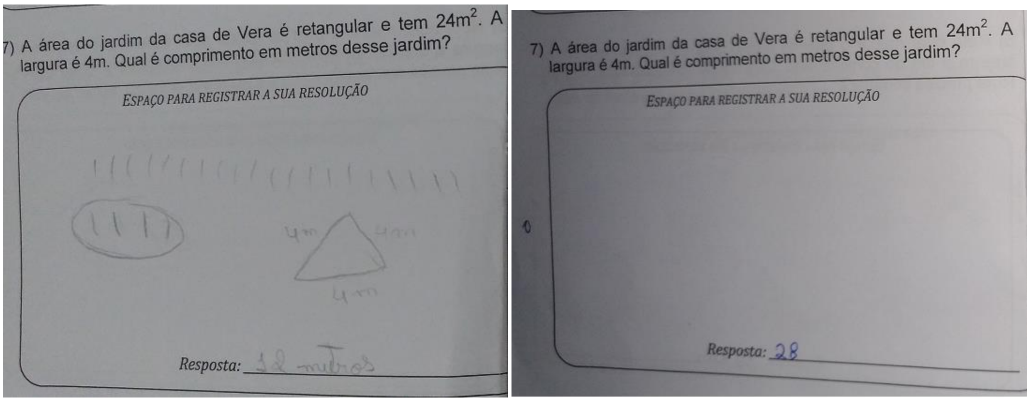
Procuramos analisar todas as estratégias utilizadas pelos estudantes, tanto nos casos de erro quanto nos de acerto. Pretendemos realizar a análise por classe, isto é, analisamos primeiramente as estratégias empregadas nas questões 5 e 7, referentes à classe configuração retangular e, em seguida, analisamos as estratégias empregadas nas questões 9 e 11, referentes à combinatória. Em ambos os casos agrupamos as estratégias em categorias de acordo com seus níveis de complexidade. Como já mencionamos, neste artigo, apresentamos a análise referente à configuração retangular.

Embora o estudo de Magina, Merlini e Santos (2014) se volte para as estratégias empregadas por estudantes mais jovens em problemas multiplicativos de outras classes, a categorização ali apresentada orientou nossa análise e nossos dados conduziram a três níveis de complexidade, a saber: incompreensível (nível 1), pensamento aditivo (nível 2) e multiplicativo (nível 3). A seguir, apresentamos cada um deles, descrevendo-os e observando seu número de incidência. Entretanto, diferentemente de Magina, Merlini e Santos (2014), não apresentamos um exemplo de cada segundo o tipo de representação "numérica" ou "pictórica". Isto porque, das 200 respostas que observamos, 24 estavam em branco e, das 176 restantes, apenas 16 utilizavam representação pictórica. As respostas numéricas apresentaram poucas variações, eram apenas cálculos ou simplesmente a resposta. Cabe mencionar que estes números já eram esperados uma vez que, como Magina, Merlini e Santos (2014, p. 8) verificaram em seu estudo, “ao longo da escolarização, os estudantes vão se apropriando da formalização do conceito e, portanto, fazendo uso do algoritmo com maior frequência”. Desse modo, optamos por considerar pictóricas todas as estratégias que utilizaram este tipo de representação. Mesmo aquelas que se utilizaram dos dois tipos de representação foram tratadas como pictóricas, o que nos levou a ter o número de estratégias igual ao número de respostas não nulas.

No nível 1 ou nível incompreensível estão “as respostas em que o estudante não explicitou, no papel, a operação utilizada para resolver o problema ou, quando o fez, não conseguimos identificar o raciocínio utilizado” (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2014, p. 9). Assim, fizeram parte desse nível as estratégias em que o estudante fez um desenho sem significado para a sua resolução, repetiu um dos números constantes no enunciado do problema, ou, ainda, pode ter escolhido outras ferramentas matemáticas diferentes das quatro operações fundamentais, como frações e simplificação de frações, sem que conseguíssemos entender a razão para tal. Neste nível, as respostas dos estudantes estão invariavelmente erradas, como ilustram os exemplos da Figura 5:

Figura 5: Exemplos de protocolos classificados no nível 1





Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 2, apresenta-se a quantidade de estratégias classificadas no nível 1 por questão.

Quadro 2: Quantitativo de estratégias classificadas no nível 1 por questão

Nível 1 – Incompreensível	
Questão	Incidência
Q5	5
Q7	9

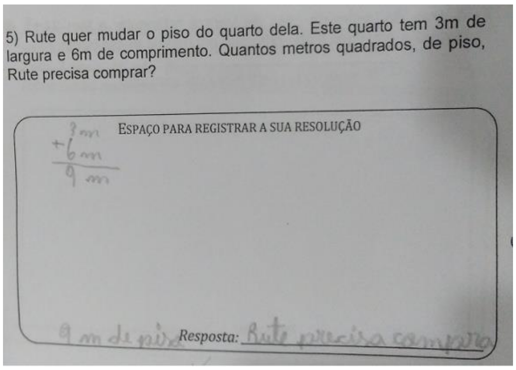
Fonte: Elaborado pelos autores

Das 91 respostas não nulas dadas às questões Q5 e Q7, 14 pertenceram a este nível, sendo 5 de Q5 e 9 de Q7. Se compararmos a questão 5 com a 7, observamos que tal estratégia esteve, majoritariamente, presente em Q7. Já tínhamos a expectativa de que encontraríamos uma configuração próxima desse quadro, pois, como as estatísticas que mencionamos anteriormente sugerem, Q7 apresenta um grau de dificuldade maior que Q5.

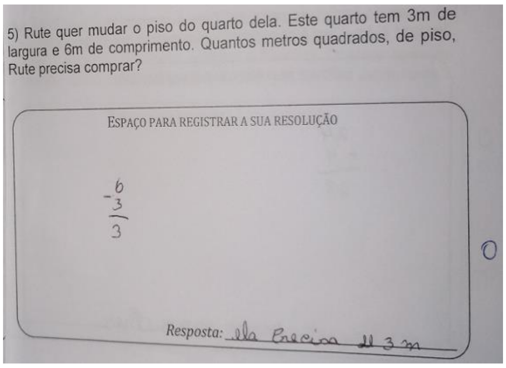
O nível 2 ou nível do pensamento aditivo abarca as estratégias que envolveram uma adição, uma subtração ou qualquer combinação destas operações. Encontramos neste nível duas estratégias distintas de esquema de ação, o que gerou dois subníveis, quais sejam: adição ou subtração dos números presentes no enunciado (2A) e cálculo do perímetro em vez da área (2B). Apresentamos na Figura 6, exemplos de resoluções classificadas nos dois níveis.

Figura 6: Exemplos de protocolos classificados no nível 2

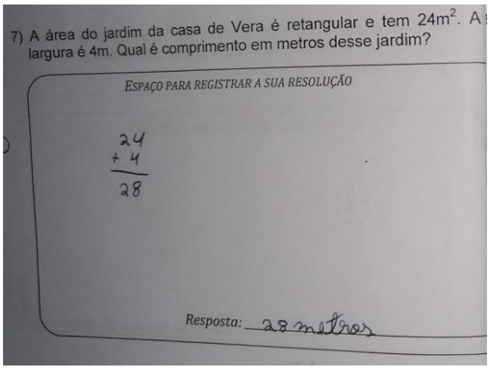
2A



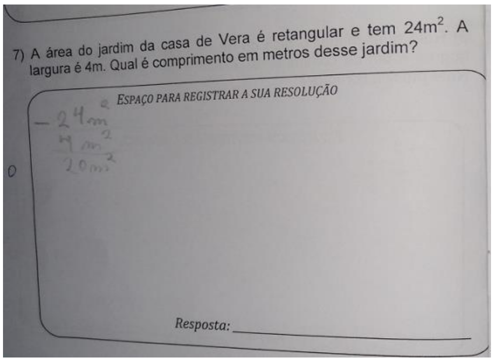
2A



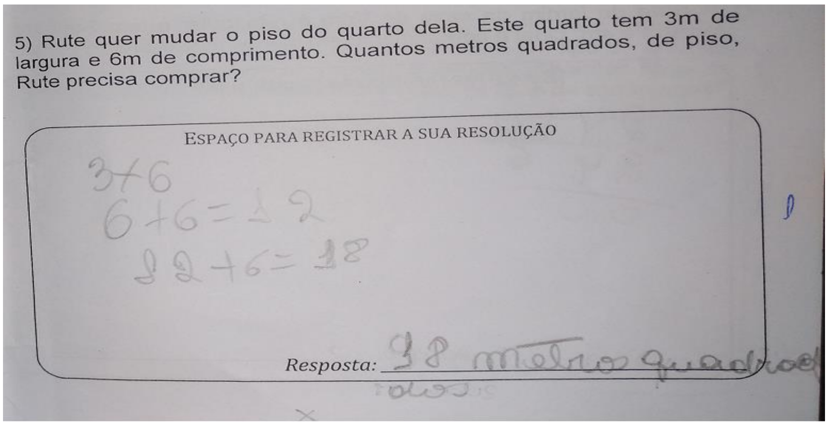
2A



2A



2B



Fonte: Dados da pesquisa.

Observemos, nas resoluções classificadas no nível 2A, que os estudantes somaram e subtraíram os dados apresentados em Q5 e Q7, respectivamente. Já no exemplo referente ao nível 2B, o aluno calculou o perímetro do quarto e não a área como era solicitado no enunciadoda questão. Também neste nível, as respostas dos estudantes estão invariavelmente erradas. Suas incidências constam na Quadro 3:

ISSN 2526-2882

Quadro 3: Quantitativos de estratégias classificadas nos níveis 2A e 2B

Nível 2 Aditivo			
		Q5	Q7
2A	Adição dos dados	11	5
	Subtração dos dados	2	3
2B	Cálculo do perímetro	3	-

Fonte: Elaborado pelos autores

Como podemos verificar, embora Q5 tenha um número de acertos bem maior que Q7, a estratégia 2A foi bastante utilizada pelos estudantes em Q5, o que nos surpreendeu. Não podemos nos esquecer de que esta é uma questão de aplicação imediata do conceito de área de retângulos e que este já deveria ter sido dominado por estudantes do 7º ano. Contudo, também nos surpreendeu o fato dos 3 estudantes que subtraíram os dados em Q7 estarem entre aqueles que somaram os dados em Q5. A observação destes dados nos levou a levantar a hipótese de que os estudantes reconheceram a diferença entre Q5 e Q7 e, então, concluíram que a operação que resolveria Q7 deveria ser a operação inversa da que resolveria Q5. No entanto, como ainda pensavam aditivamente, recorreram à subtração que é a operação inversa da adição. É evidente que nossos dados não são suficientes para tirarmos qualquer conclusão e que, além do teste, seria necessário, pelo menos, entrevistar os estudantes, mas deixamos esta constatação como orientação para pesquisas futuras.

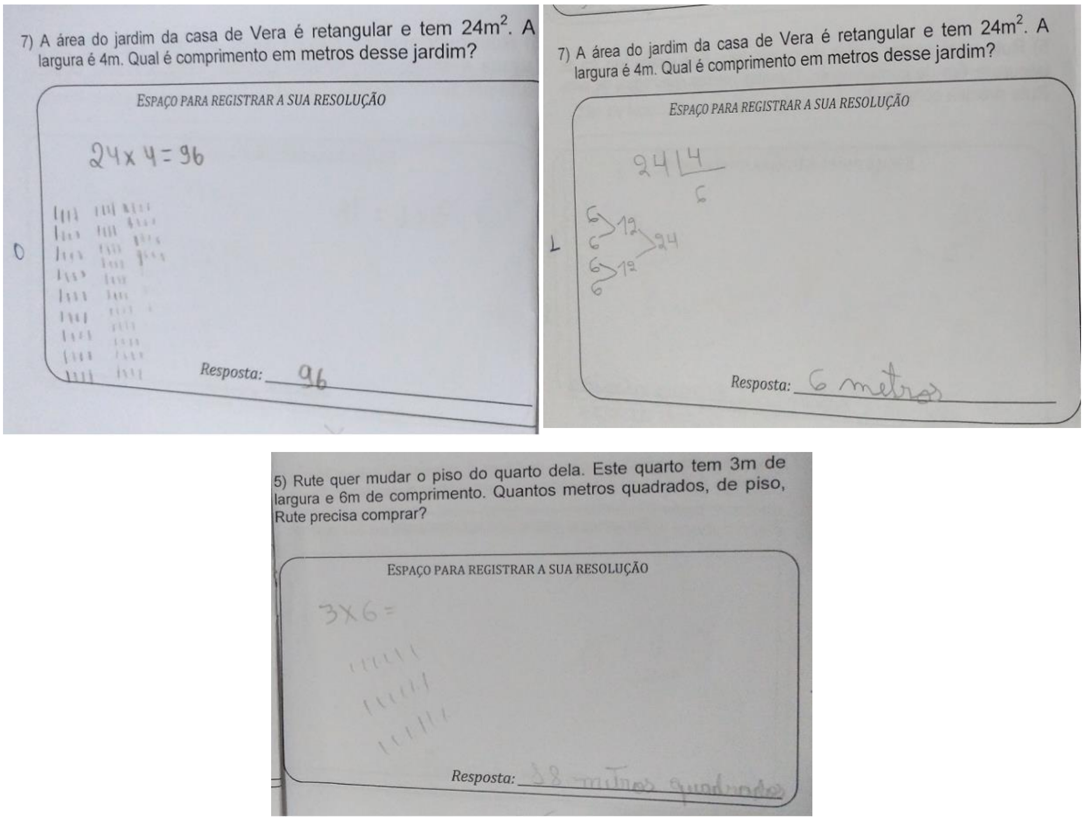
No que se refere a Q5, julgamos ser importante ressaltar que, após a aplicação do instrumento, percebemos que, para um retângulo de 3 unidades de comprimento e 6 unidades de largura, o perímetro e a área correspondem ao mesmo número, porém com unidades diferentes. Felizmente, nesta questão, todos os estudantes deixaram seus cálculos registrados e nos foi possível identificar aqueles que calcularam a área e aqueles que calcularam o perímetro.

Nos estudos de Magina, Merlini e Santos (2014, p. 12), no nível 3 ou nível de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo, a estratégia utilizada pelos estudantes "consistiu em formar grupos de uma mesma quantidade. Trata-se de somar várias vezes uma mesma quantidade, seja ela representada por ícones agrupados (IIII IIII IIII = 12), ou numericamente (4 + 4 + 4 = 12)". Ainda segundo esses autores:

> Tal estratégia aproxima-se do pensamento multiplicativo, mas está ancorada no raciocínio aditivo, isto é, formar grupos de mesma quantidade para então efetuar a operação de adição. Quando a representação é pictórica fica bem demarcada pelos grupos desenhados; quando a representação é numérica, a estratégia é explicitamente a soma de parcelas iguais. (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2014, p. 13).

Tendo em vista tais ideias, podemos afirmar que o produto de medidas é um dos elementos de ruptura entre os campos aditivo e multiplicativo. Assim, neste estudo, não há transição do pensamento aditivo para o multiplicativo e o nível 3 já é o nível multiplicativo. No entanto, cabe mencionar que, nos procedimentos de cálculo apresentados por quatro estudantes, podemos ainda encontrar a influência do raciocínio aditivo. Os exemplos da Figura 7 ilustram respostas, corretas e incorretas, que revelam esta influência:

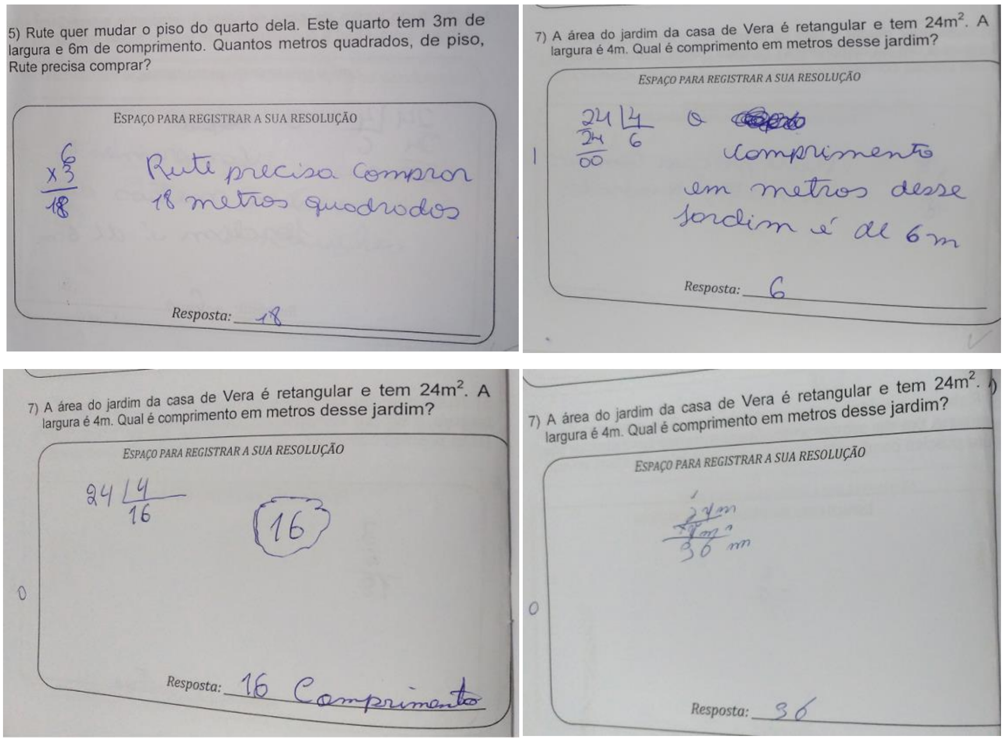
Figura 7 Protocolos que revelam pensamento aditivo nos procedimentos de cálculo



Fonte: Dados da pesquisa

Uma breve observação dos protocolos nos sugere que os estudantes, ao lerem os enunciados, optaram por operações do campo multiplicativo e, ao efetuarem os cálculos, recorreram ao pensamento aditivo. Este fato pode ser observado nas respostas de três alunos à Q7 e de um aluno à Q5. Considerando que eles vêm estudando a estrutura multiplicativa pelo quarto ano consecutivo, ponderamos quanto tal ensino tem favorecido pouco o desenvolvimento de procedimentos de cálculo mental. A ação da escola de limitar o ensino do campo multiplicativo à soma de parcelas repetidas e à reprodução dos algoritmos da multiplicação e da divisão pode ter causado uma estagnação no raciocínio desses estudantes. É válido salientar que isso também pode ser a causa do elevado número de erros de cálculo e da falta de habilidade dos estudantes para refletir sobre os resultados errados que produziram, como vemos nos protocolos da Figura 8, que foram classificados no nível 3 ou nível do pensamento multiplicativo:

Figura 8: Protocolos classificados no nível 3



Fonte: Dados da pesquisa.

Neste nível a estratégia que o estudante utiliza passa, necessariamente, pela estrutura multiplicativa. Frente às situações problema, nossos sujeitos cujas respostas se enquadram neste nível optaram pela multiplicação ou pela divisão. Ao optarem pela multiplicação em Q7, por exemplo, os estudantes encontraram 96 ou, quando erravam os cálculos, encontravam outros números, mas, em todos os casos, os números foram maiores que 24, medida da área dada.

Chamou nossa atenção o fato de os estudantes não atentarem para o quanto as respostas que obtinham eram absurdas, uma vez que a dimensão conhecida do retângulo é um número maior que 1 e, nessas condições, é impossível que a medida da área seja um número menor que os correspondentes às medidas das dimensões. Mesmo entre os 9 estudantes que optaram pela divisão em Q7, 3 cometeram erros nos cálculos, produzindo resultados absurdos, e não se deram conta disso. Dados como esses nos levam a inferir que os estudantes vivenciam um ensino que prioriza a reprodução mecânica de algoritmos e fórmulas. Nos Quadros 4 e 5 a seguir apresentamos, por questão, a operação escolhida e a quantidade de erros de cálculo que encontramos:

ISSN 2526-2882

Quadro 4: Quantitativo de erros de cálculo, por operação, em Q5

Questão 5		
	Sem erro de cálculo	Com erro de cálculo
Multiplicação	20	0
Divisão	0	0

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 5 Erros de cálculo, por operação, em Q7

Questão 7		
	Sem erro de cálculo	Com erro de cálculo
Multiplicação	8	6
Divisão	6	3

Fonte: Elaborado pelos autores

Ainda levando em conta os procedimentos de cálculo, é importante observar que em Q5 não houve erros de cálculo. Sobre este fato, inferimos que ele se deve aos números envolvidos na questão. 3 e 5 são números pequenos cujo produto consta nas tabuadas que boa parte dos estudantes brasileiros são levados a memorizar desde cedo. É possível que, nas situações em que os números sejam maiores e não constem nas tabuadas usuais, a quantidade de erros para este tipo de questão aumente consideravelmente.

Considerações finais

O objetivo deste artigo foi o de analisar o desempenho de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações do campo conceitual multiplicativo pertencentes às classes configuração retangular e combinatória do eixo produto de medidas e, ainda, discutir e classificar os níveis de raciocínio empregados por eles nas situações de configuração retangular. A análise dos resultados nos permite fazer duas considerações: uma do ponto de vista quantitativo e outra do ponto de vista qualitativo.

No que diz respeito ao ponto de vista quantitativo, destacamos o alto índice de erros em todas as situações analisadas e, principalmente nas questões em que o produto é dado e solicita-se um dos fatores. Estes dados nos levaram a destacar a importância do professor que ensina matemática no Ensino Fundamental diversificar as situações problema do campo conceitual multiplicativo que propõe aos estudantes não só entre as classes sugeridas por

Magina, Merlini e Santos (2014), mas, numa mesma classe, abordar as várias possibilidades de situar a incógnita e os dados necessários às resoluções das situações.

Com relação à análise qualitativa, a partir das estratégias de ação utilizadas pelos estudantes ao resolverem as duas questões pertencentes à classe configuração retangular, identificamos três níveis de raciocínio (incompreensível, aditivo e multiplicativo). No nível do pensamento aditivo, identificamos, ainda, dois subníveis: um em que o estudante soma aleatoriamente os dados presentes no enunciado e outro em que o estudante confunde o conceito de perímetro com o conceito de área. Em todas as questões, observamos o privilégio das representações numéricas em detrimento das representações pictóricas e inferimos que este fato se deva a um ensino pautado na reprodução de algoritmos. Acreditamos que tal fenômeno pode implicar, por sua vez, na reduzida capacidade dos estudantes de avaliarem as repostas, muitas vezes absurdas, que fornecem para as situações problema.

Desta forma, assim como os autores que mencionamos ao longo deste artigo, propomos a revisão do ensino do campo conceitual multiplicativo. Propomos também que o estudo das classes de situações do campo multiplicativo bem como das produções dos estudantes em situações problema deste campo estejam presentes nas formações inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

Referências

ARAÚJO, C. G. **Vamos jogar?** As contribuições do jogo rouba monte na aprendizagem dos problemas aditivos. 2015. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2015.

BORBA, M.; ARAÚJO, J. **Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Orgs.), Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática 5ª. Ed - Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p. 31 - 51.

D'AMBROSIO, U. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.), Belo Horizonte: Autêntica, pp. 9-21, 2010. (PESQUISEI NO GOOGLE ACADÊMICO E ESSA REFERENCIA CONTEMPLA A CITAÇÃO)

ESTEVES, I; MAGINA, S. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos–8ª série do ensino fundamental. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 7, 2001.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**, p. 35-49, 1999.

ISSN 2526-2882

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas.** 2ªed. – Rio de Janeiro, RJ: E. P. U., 2014.

LUNA, J. M. O. **As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais**. 2017. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2017.

MAGINA, S. As estruturas multiplicativas e a formação de professores que ensinam matemática na Bahia. *Projeto de Pesquisa*. Salvador: FAPESB: 2013

MAGINA, S.; GITIRANA, V. CAMPOS, T.; NUNES, T. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S; SANTOS, A.; MERLINI, V. A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. **3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará**, v. 1, p. 1-12, 2012.

MAGINA, S; SANTOS, A; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 20, n. 2, 2014.

MIGUEL, M I; MAGINA, S. As estratégias de solução de problemas combinatórios: um estudo exploratório. **Anais do II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Santos**, 2003.

MILAGRE, P. H. **Proporção simples: análises de situações elaboradas por professores em um processo formativo**. 2017. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática**: **números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T; BRYANT, P; COSTA, S. **Crianças fazendo matemática**. 1997.

OTERO, J et al. (Ed.). **The psychology of science text comprehension**. Routledge, 2014.

PESSOA, C; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série Who dances with whom: the development of elementary school chidren's combinatorial reasoning p. 105-150. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 17, n. 31, 2009.

SOUZA, E. I. R. **Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.**107f.Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

ISSN 2526-2882

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, 280 p., cap. 3, 155-191.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Revista Análise Psicológica**, Lisboa, [S.l.], v. 1, n. 5, p.75-90, 1986.

VERGNAUD, Gérard. Théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 10, p. 47-56, 1990.

Anexo I – Situações-problema do instrumento diagnóstico

1. Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?

2. A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

3. Para fazer 3 fantasias são necessários 5 m de tecido. Ana tem 35 m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

4. A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

5. Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3 m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

6. Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

7. A área do jardim de Vera é retangular e tem 24 m2. A largura é 4 m. Qual é o comprimento em metros desse jardim?

8. Um supermercado fez a promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

9. A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Paca cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíche?

10. Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

11. Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

12. Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

13. Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

14. Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em dois dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?

Biografia Resumida

Gabriela dos Santos Barbosa. Licenciada em Matemática pela UFRJ; Mestre em Educação Matemática pela USU; doutora em Educação Matemática pela PUC-SP; pós-doutora em Educação Matemática pela PUC-SP. Professora Adjunta da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), docente do programa de Pós-Graduação em Educação, Comunicação e Cultura em Periferias Urbanas e do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) da UERJ; Líder do grupo de Pesquisa GEPAEM.

e-mail: gabrielasb80@hotmail.com
Link do lattes: http://lattes.cnpq.br/4376993135659619

Caio Fabio dos Santos de Oliveira – Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Mestrando em Educação Matemática, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM - UESC). Membro dos Grupos de Pesquisas: Reflexão, Planejamento, Ação e Reflexão em Educação Matemática (RePARe) e Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC).
Link do lattes: http://lattes.cnpq.br/6880234266177200
e-mail: cfsoliveira@uesc.br