

O ensino de padrões e sequências e o Conhecimento Comum do Conteúdo de futuras professoras

Henrique Lachi



Angélica Fontoura da Silva Garcia



Maria Elisabette Brisola Brito Prado



Fátima Aparecida da Silva Dias



Resumo

O presente artigo analisa os conhecimentos de futuras professoras de Matemática sobre padrões e sequências, em especial a capacidade de generalizar a partir da observação de uma sequência de figuras. Esta investigação foi realizada na primeira sessão de estudo de um grupo de estudantes de Pedagogia com o professor de Matemática. Os encontros aconteciam quinzenalmente no período extraclasse para abordar o tema. Participaram da pesquisa 10 alunas do Curso de Pedagogia de uma universidade particular de São Paulo. A análise dos dados se deu a partir das categorias de conhecimentos necessários ao ensino discutidas por Ball, Thames e Phelps (2008) e dos níveis de generalização de padrões e sequências propostos por Radford (2001, 2006, 2010a, 2010b) e mostrou que todo o grupo pesquisado foi capaz de identificar elementos de uma sequência com figuras. Esse resultado positivo não foi observado na questão que investigava o conhecimento sobre generalização de uma sequência de figuras, uma vez que nenhuma das participantes identificou um padrão que relacionasse a quantidade de pontinhos e a posição da figura. Todavia, notou-se que metade delas estava no nível da generalização aritmética. A partir disso, é possível deduzir que os futuros professores precisam ampliar seus conhecimentos comuns e especializados sobre generalização.

Palavras-chave: Educação Matemática, Grupos de estudo, Conhecimento profissional, Padrões e sequências.

Study on Common Knowledge of the content of future teachers

Henrique Lachi

Angélica Fontoura da Silva Garcia

Maria Elisabette Brisola Brito Prado

Fátima Aparecida da Silva Dias

Abstract

This study analyses the knowledge of future mathematics teachers about patterns and sequences, in particular the ability to generalize from the observation of a geometric sequence. This research was carried out in the first study session of a group of Pedagogy students with the Mathematics teacher, who met fortnightly in the extra-class period to study the subject. Ten students from the Pedagogy Course of a private university in São Paulo participated in the research. The analysis of the data was based on the categories of knowledge required for teaching discussed by Ball, Thames and Phelps (2008) and on the levels of generalization of patterns and sequences proposed by Radford (2001, 2006, 2010a, 2010b) and it showed that the entire group investigated was able to identify elements of a sequence with figures. This positive result was not observed in the question investigating the knowledge about generalization of a geometric sequence, since none of the participants identified a pattern that related the amount of dots and the position of the figure. However, it was observed that half of them were at the level of arithmetic generalization. From the identification of the knowledge made explicit in this last item, it is possible to deduce that future teachers need to broaden their common and specialized knowledge about generalization.

Keywords: Mathematics Education, Study Groups, Professional Knowledge, Standards and Sequences.

Introdução

Este artigo analisa conhecimentos prévios explicitados por estudantes de um curso de Pedagogia semipresencial de uma universidade particular da grande São Paulo sobre padrões e sequências, em especial sobre a questão da generalização a partir da observação de uma sequência de figuras. Os dados aqui analisados foram coletados antes de esse grupo de futuras professoras se reunir para estudar sobre o tema. Vale destacar que este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado já concluída (LACHI, 2019).

A investigação foi desenvolvida com a participação de um grupo de discentes que se reunia na escola para estudar pressupostos que envolvem o conceito de padrões e sequências. Ao trabalharmos com o desenvolvimento de conhecimentos profissionais de futuras professoras participantes de um grupo de estudos, inspiramo-nos em pesquisas como as de Miranda (2014) e Correia (2018), cujos resultados mostram que docentes que se organizaram para estudar juntos na própria escola em que lecionam ampliaram seus conhecimentos das temáticas estudadas e seu ensino.

Consideramos esse assunto relevante, pois o ensino de Álgebra tem ganhado espaço nas indicações curriculares nacionais e internacionais em todas as etapas da Educação Básica. Nos Estados Unidos, por exemplo, o Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM, 2000) recomenda o ensino desse conteúdo desde os primeiros anos. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também o considera um dos eixos organizadores do currículo de Matemática em todos os anos do Ensino Fundamental e indica, entre outros aspectos, a relevância de garantir aos estudantes, desde os anos iniciais, vivências que lhes permitam a identificação “de regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos.” (BRASIL, 2018, p. 270). Portanto, os professores que lecionarão Matemática para os anos iniciais precisarão também compreender questões ligadas a padrões e sequências e a seu ensino.

Além disso, consideramos, assim como Ball Thames e Phelps (2008), que, para proceder o ensino, o professor precisa conhecer mais do que o conteúdo que irá ensinar, e esse conhecimento é fundamental para o desenvolvimento de saberes sobre as questões didáticas e curriculares da disciplina que ministrará. Nesse sentido, consideramos — tal como Etcheverria (2008), Miranda (2014) e Correia (2018) — ser fundamental a constituição de grupos que se reúnem para estudar questões ligadas ao ensino. Em nosso caso, o grupo foi constituído por futuras professoras dos anos iniciais para discutir padrões e sequências. Foi na primeira sessão de estudos desse grupo que investigamos os conhecimentos prévios dessa temática que as participantes tinham. Utilizamos essas informações para organizar as

próximas sessões de estudo¹⁶, uma vez que acreditávamos que tal constituição poderia tornar-se um fator importante no desenvolvimento de conhecimentos profissionais das docentes.

No que se refere à organização deste artigo, apresentamos inicialmente o marco teórico sobre os conhecimentos necessários ao ensino, como proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), e sobre os níveis do pensamento algébrico, conforme descrito por Radford (2001, 2006, 2010a, 2010b). Em seguida, discorremos sobre os procedimentos metodológicos aqui utilizados e os resultados e as discussões dos dados analisados, os quais fundamentaram nossas considerações finais.

Marco Teórico

Estudos sobre o conhecimento profissional dos professores estão cada dia mais frequentes, principalmente dos que ensinam Matemática. Os saberes mobilizados serão abordados por meio das discussões de Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o Conhecimento para o Ensino de Matemática. Tal investigação contribuiu para a definição da base necessária de conhecimentos dos professores para ensinar Matemática. Esses autores afirmam:

Por “conhecimento matemático para o ensino”, entendemos o conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensino da matemática. É importante notar aqui que nossa definição começa com o ensino, não com os professores. Preocupam-nos as tarefas envolvidas no ensino e as exigências matemáticas dessas tarefas¹⁷ (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 395, tradução nossa).

Assim, os autores justificam que essa base de conhecimentos seria a necessária para promover o ensino da Matemática, pois o foco de suas investigações foram as exigências matemáticas observadas nas tarefas. Nesse contexto, considerávamos que esse estudo poderia nos fornecer subsídios para promover discussões e reflexões com o grupo de futuras professoras sobre o ensino de padrões e sequências, uma vez que poderíamos focar nosso olhar nas atividades que seriam desenvolvidas por elas em suas aulas.

O MKT¹⁸ (Conhecimento Matemático para o Ensino), desenvolvido por Ball Thames e Phelps (2008), é dividido em dois conjuntos de conhecimentos: Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. O primeiro aborda essencialmente o conteúdo matemático a ser ensinado. O segundo se refere a como esse conteúdo deverá ser ensinado, analisando o currículo, o estudante e as interações com o conteúdo matemático.

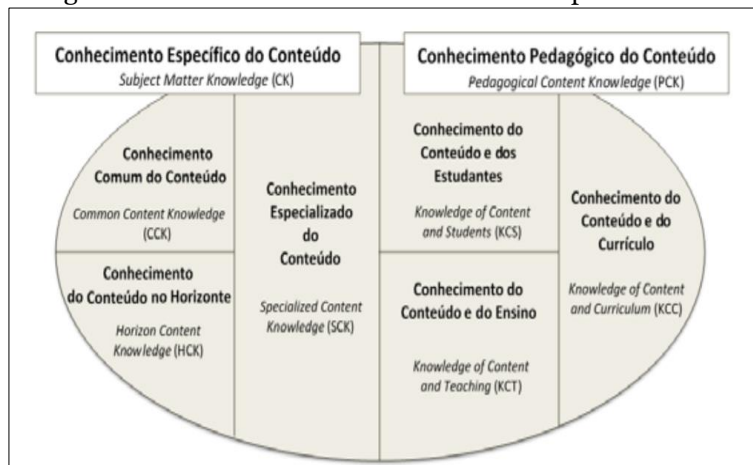
¹⁶ As sessões de estudo posteriores estão analisadas em Lachi (2019). Neste artigo, expomos a investigação realizada com os dados coletados na primeira sessão.

¹⁷ “By ‘mathematical knowledge for teaching,’ we mean the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics. Important to note here is that our definition begins with teaching, not teachers. It is concerned with the tasks involved in teaching and the mathematical demands of these tasks”.

¹⁸ *Mathematics Knowledge Teaching*

Para representar essa base de conhecimento, os autores apresentam, a partir das ideias de Shulman (1986), o esquema ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Base de Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Para este artigo, analisaremos somente o Conhecimento Comum do Conteúdo e o relacionaremos com o Conhecimento Especializado do Conteúdo. Porém, vamos nos ater apenas à descrição dessas duas categorias.

Para os autores, o Conhecimento Comum do Conteúdo é o conhecimento matemático desenvolvido em âmbito escolar; espera-se que ele seja de domínio de todos os cidadãos que frequentaram a escola. Nesse sentido, não é um conhecimento exclusivo do professor, mas necessário para ele proceder o ensino. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008, p. 396, tradução nossa), o docente que ensina Matemática precisa ter um conhecimento mais amplo, ou seja, “precisa saber mais matemática e diferentes tipos de matemática – não menos¹⁹”.

Segundo a categorização proposta pelos autores, o Conhecimento Especializado do Conteúdo é o conhecimento matemático necessário para que o professor efetive o ensino, mas não requer, obrigatoriamente, o conteúdo sobre como pensam os alunos ou sobre o ensino. Os autores exemplificam a utilização por parte dos professores dessa categoria de conhecimento a partir da investigação da prática docente. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), esse tipo de conhecimento é utilizado no ensino pelo professor para:

- Apresentar ideias matemáticas.
- Responder às dúvidas dos estudantes.
- Encontrar um exemplo para fazer uma observação matemática específica.

¹⁹ “In short, a teacher needs to know more, and different, mathematics - not less”.

- Reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular.
- Ligar representações com ideias subjacentes e com outras representações.
- Conectar um tópico que está sendo ensinado a tópicos de anos anteriores ou de anos futuros.
- Explicar objetivos matemáticos e propósitos aos pais.
- Avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos.
- Modificar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis.
- Avaliar a plausibilidade das alegações dos alunos (muitas vezes rapidamente).
- Dar ou avaliar explicações matemáticas.
- Escolher e desenvolver definições usáveis.
- Usar notações matemáticas e linguagem e criticar seu uso.
- Fazer questões matemáticas produtivas.
- Selecionar representações para participar de eventos.
- Inspeccionar equivalências.

Conforme os autores, essa categoria de conhecimentos não é tida como necessária ao professor porque eles devem ser ensinados aos alunos, mas porque é importante para o docente desempenhar seu papel de ensinar com eficiência. Os autores afirmam: “nosso ponto aqui não é sobre o que os professores precisam ensinar, mas sobre o que eles por si mesmos necessitam saber e ser capazes de fazer para levar a cabo uma forma responsável de ensinar²⁰” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.8, tradução nossa).

Os pressupostos teóricos sobre a base de conhecimentos necessária ao ensino da Matemática indicada por Ball, Thames e Phelps (2008) foram levados em conta tanto para escolher as situações a serem discutidas durante as sessões de estudo como para identificar os conhecimentos explicitados pelas futuras professoras. Analisaremos os conhecimentos explicitados por elas antes da realização dos estudos, momento em que coletamos os dados na primeira sessão. Tais resultados nos ajudaram a delinear as demais sessões.

Além de nos embasarmos nos estudos relativos à base de conhecimentos para o ensino, fundamentamo-nos nas pesquisas de Radford (2001, 2006, 2010a, 2010b), segundo o qual o pensamento algébrico está sendo estudado há pelo menos 30 anos (RADFORD, 2010a). Esse autor também afirma que há diversos grupos que se dedicam à pesquisa e não chegaram a um acordo sobre quais são as características do pensamento algébrico. Todavia, há um consenso entre os grupos de pesquisadores quanto ao fato de que a “álgebra lida com objetos de natureza indeterminada, como incógnitas, variáveis e parâmetros. Além disso, na

²⁰ “Our point here is not about what teachers need to teach, but about what they themselves need to know and be able to do in order to carry out any responsible form of teaching”.

álgebra, tais objetos são tratados de forma analítica.” (RADFORD, 2010a, p. 35). Nesse contexto, consideramos, assim como o autor, que, para analisar tais objetos, é preciso desenvolver habilidades que permitam generalizar.

Radford (2006) observou que tais habilidades não se desenvolvem espontaneamente. Analisando estratégias de crianças e adolescentes, o autor notou que eles demonstravam níveis diferentes de generalização quando lidavam com tarefas de padrões. Esses níveis de generalização são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Níveis de generalização conforme exposto por Radford (2006)

| Indução ingênua | Generalização | | | |
|--------------------------------|---------------|-----------|------------|-----------|
| Adivinhação (Tentativa e erro) | Aritmética | Algébrica | | |
| | | Factual | Contextual | Simbólica |

Fonte: Radford (2006, p. 15, tradução nossa)

Em seus estudos, Radford (2006, 2010a, 2010b) discute sobre o processo de generalização. O autor explica que a indução ingênua ou indução *naïve* se traduz pela realização de algumas tentativas com o propósito de obter uma regra geral que respeita todos os termos da sequência. Segundo Radford (2006), o processo de generalização envolve a relação entre dois objetos: o de generalização e o generalizado. Além da necessidade de identificar o que é particularmente cada termo da sequência (o generalizado), é preciso formar uma ideia geral do que foi comum a todos os termos da sequência (generalização). A generalização aritmética foi identificada pelo autor quando o aluno compreendia a regularidade entre os termos imediatos da sequência, mas sem se demonstrar capaz de identificar uma regra que lhe permitisse descobrir os termos da sequência.

A generalização algébrica ou funcional é categorizada em três níveis: factual, contextual e simbólica. Na factual, observamos que o discurso dos estudantes se refere a termos de ordens distantes, mas sempre atribuindo algum valor à ordem. O objeto generalizado é identificado tanto na generalização contextual como na simbólica; no entanto, na contextual, a estratégia mostra referências ao número da figura – descrição do contexto –, já na simbólica o objeto generalizado e as operações realizadas são expressas em linguagem algébrica (RADFORD, 2001, 2006, 2010a, 2010b).

O pesquisador destaca o papel fundamental dos professores, que devem estar atentos às escolhas das atividades, principalmente aquelas que envolvem padrões, se estão trabalhando com generalizações algébricas ou outras formas de lidar com o geral. Na continuidade de seus estudos, afirma que cada um dos alunos de uma mesma classe pode desenvolver meios diferentes de buscar a solução, e esse modo diferente pode ser tratado

como indício de um determinado tipo de pensamento algébrico (RADFORD, 2010a).

Radford (2010a) destaca que, nas generalidades de cada pensamento algébrico, há uma camada de significação, sendo ela profunda ou não. Essa profundidade está diretamente ligada à forma material como pensamos e expressamos algebricamente, por meio de símbolos alfanuméricos, linguagem natural ou qualquer outra forma de expressão. Por isso, consideramos que os estudos desse autor nos ajudam a compreender os diferentes tipos ou formas de significação do pensamento algébrico: contextual, padrão e factual. Tal classificação nos ajudará a analisar os dados coletados nesta investigação.

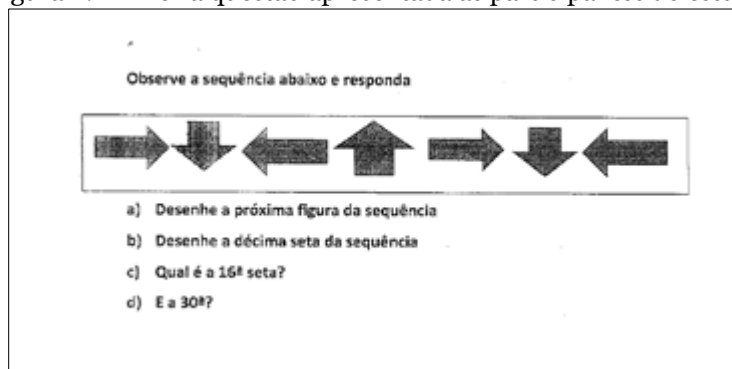
Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa, de natureza qualitativa, foi desenvolvida com 10 estudantes do curso de Pedagogia semipresencial de uma universidade particular da cidade de São Paulo, que lecionarão Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental e que se propuseram a constituir um grupo de estudo. A pesquisa foi autorizada pela Comissão de Ética, sob o número CAEE: 00821618.1.000.5493, número do parecer: 3.089.962. Para preservar a identidade das participantes da pesquisa, elas foram identificadas com os nomes dos astros do sistema solar: Sol, Lua, Terra, Marte, Vênus, Mercúrio, Júpiter, Saturno, Netuno e Plutão.

Na coleta das informações para esta investigação, recolhemos os protocolos contendo as respostas dadas pelas participantes a duas perguntas de um questionário inicial – de caráter diagnóstico. Os dados aqui analisados foram coletados no primeiro encontro do grupo de estudo, o qual reunia o primeiro autor deste artigo e as 10 participantes.

Na primeira sessão, solicitamos que as participantes respondessem a um questionário inicial que tinha o objetivo de identificar seus conhecimentos acerca de Padrões e Sequências. Para obter as informações, propusemos duas questões. Com a primeira (Figura 2), buscamos analisar o conhecimento comum e especializado do conteúdo *sequência de formas e figuras*.

Figura 2: Primeira questão apresentada às participantes do estudo



Fonte: Acervo da pesquisa


ISSN 2526-2882

Essa questão foi utilizada também por Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017) em seu estudo de introdução à Álgebra com o uso de figuras e imagens para que as crianças descobrissem o próximo item da sequência. As autoras afirmam que “o uso do lúdico para introdução ao pensamento algébrico reforça o que diz Radford que não tem idade mínima para criança aprender a ciência da álgebra” (LUNA; SOUZA; MENDUNI-BORTOLOTI, 2017, p. 47-48). Nossa proposta era apresentar uma atividade desenvolvida com crianças do quinto ano do Ensino Fundamental para, durante os trabalhos em grupo, discutir e refletir a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças dos anos iniciais.

Para investigar o conhecimento comum e especializado do conteúdo *sequência geométricas*, apresentamos a terceira questão (Figura 3).

Figura 3: Segunda questão apresentada envolvendo sequência geométrica

Quantos pontinhos tem cada 3?



a. Figura 1: _____

b. Figura 2: _____

c. Figura 3: _____

d. Continue a sequência de “três”

e. Analise o padrão de crescimento apresentado e construa uma regra que permita relacionar o número de pontinhos de cada “três” com a posição que ocupa na sequência.

| Figura | Número de Pontinhos | Regra |
|-----------|---------------------|-------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| . | | |
| . | | |
| 10 | | |

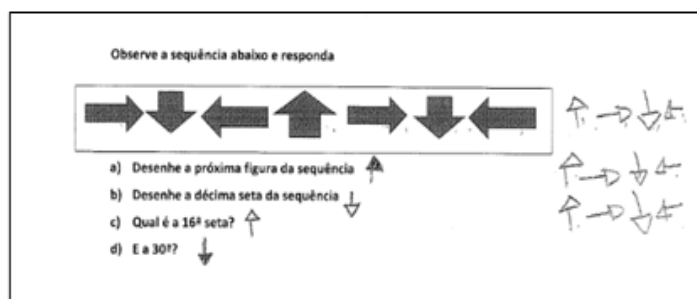
Fonte: Luna, Souza, Menduni-Bortoloti (2017, p. 53-54)

Quando a questão foi utilizada na investigação de Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017), buscava-se identificar e analisar as produções discursivas de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais (crianças na faixa etária entre 8 e 9 anos). No presente estudo, da mesma forma que na questão anterior, esperávamos analisar as estratégias utilizadas pelas participantes e pretendíamos retomá-la para discutir e refletir sobre o ensino de padrões e sequências nos anos iniciais, mas, devido ao espaço destinado ao artigo, apresentaremos somente as estratégias utilizadas pelas participantes.

Discussão e análise dos dados do diagnóstico inicial

Reiteramos que, para investigar o conhecimento comum e especializado do conteúdo *Sequência de Formas e Figuras*, solicitamos que o grupo de participantes resolvesse a primeira questão (Figura 2). Foi possível identificar que a maioria delas não teve dificuldades em resolver essa situação. Na Figura 4, expomos a resposta dada por Vênus.

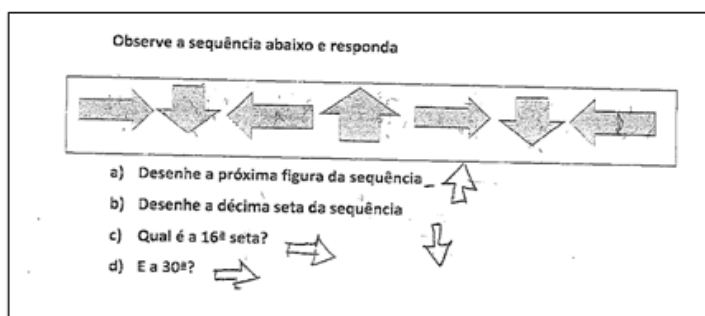
Figura 4: Resposta apresentada por Vênus



Fonte: Acervo da pesquisa

Analisando o protocolo, é possível observar que Vênus indicou a forma que representava a posição da seta e mostrou a estratégia utilizada registrando a sequência de figuras. Todavia, essa estratégia não foi a utilizada por todas as participantes, pois várias delas se valeram da representação mental da sequência. Tal estratégia não foi eficiente para todas; por exemplo, Sol tentou identificar a figura mentalmente e se equivocou na representação da 16ª e da 30ª setas (Figura 5).

Figura 5: Resposta apresentada por Sol



Fonte: Acervo da pesquisa

Analisando esses resultados, identificamos que, no geral, o grupo conseguiu descobrir a regra de formação dessa sequência, valendo-se da representação figural ou mental para reconhecer o sentido da seta. Nesse contexto, apoiados em Ball, Thames e Phelps (2008), consideramos que tínhamos um contexto propício para discutir com o grupo a possibilidade de introdução da Álgebra por meio do uso de figuras e imagens, assim como preconizam Silva e Mamede (2015).

Para investigar o Conhecimento Comum do Conteúdo *sequência figurais*, apresentamos a segunda questão (Figura 3). Para analisar o ocorrido, inicialmente tabulamos os acertos e os erros para a contagem dos pontinhos de cada uma das imagens, as quais identificamos como a, b e c, respectivamente, conforme a Tabela 1:



Tabela 1: Quantidade de alunos que acertou e errou cada item da questão 2

| Item | Acertou | Errou |
|------|---------|-------|
| a | 9 | 1 |
| b | 9 | 1 |
| c | 9 | 1 |

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores

Com esses dados analisados, notamos que, de maneira geral, a maioria das participantes não encontrou dificuldades em contar os “pontinhos” de cada imagem. A seguir, expomos a resolução de Júpiter (Figura 6).

Figura 6: Resposta apresentada por Júpiter

Fonte: Acervo da pesquisa

Uma participante se equivocou com a contagem, uma vez que, inicialmente, procurou registrar a quantidade de grupos de três em número de pontinhos, conforme se pode observar na Figura 7.

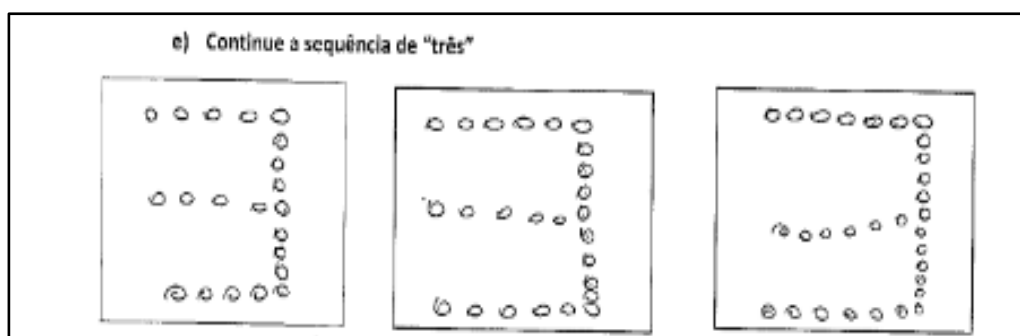
Figura 7: Resposta apresentada por Saturno

| | |
|--|--|
| <p>a. Figura 1: <u>2</u></p> <p>b. Figura 2: <u>3</u></p> <p>c. Figura 3: <u>4</u></p> | <p>Quando eu resolvi essa questão, eu comecei olhando quantos grupos de três pontinhos tinha no desenho, eu contei: dois grupos no primeiro desenho [referindo-se ao item a], sem sobrar; três grupos no segundo [referindo-se ao item b] desenho e sobrou dois pontinhos; mas, no terceiro desenho [item c], eu me perdi, porque eu esperava quatro e não cinco grupos de três e sobra um. Fiquei perdida, porque não era o que eu esperava, mas deixei a resposta.</p> |
|--|--|

Fonte: Acervo da pesquisa

No que concerne às representações das próximas 3 imagens da sequência, observamos que, das 10 participantes, 7 conseguiram representar o desenho corretamente. Na Figura 8, expomos a representação de Lua.

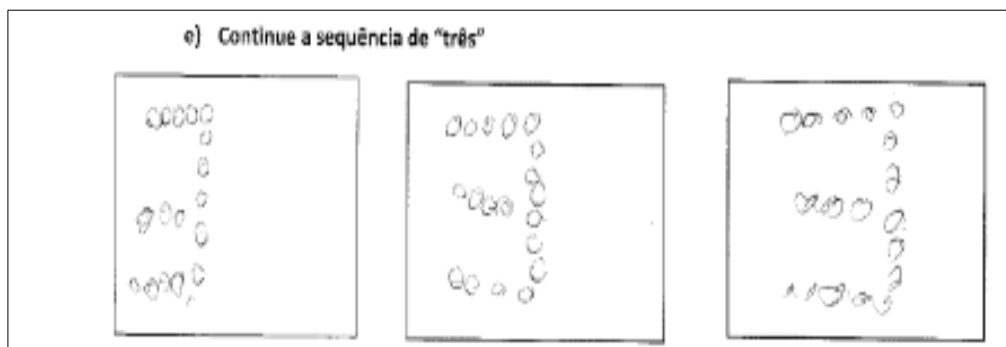
Figura 8: Resposta apresentada por Lua



Fonte: Acervo da pesquisa

Plutão, Netuno e Mercúrio não conseguiram representar corretamente as três imagens da sequência. A seguir, apresentamos, como exemplo, a ilustração de Mercúrio (Figura 9).

Figura 9: Resposta apresentada por Mercúrio



Fonte: Acervo da pesquisa

Essa participante não teve como base as imagens anteriores. Durante a formação, ela informou que foi influenciada pelo comando: “lá estava escrito ‘continue na sequência de três’; e eu continuei: do 6 [referindo-se à quantidade de pontinhos da primeira imagem da sequência] mais 3 deu 9; do 11 [mencionando o total de pontinhos da segunda figura da sequência] mais 3 deu 14; e do 16 com 3 deu 19”.

Depois dos itens anteriores, solicitamos também que as participantes construíssem uma tabela que as ajudasse a analisar o padrão de crescimento apresentado pela sequência. Na primeira coluna, registrariam as quantidades de pontinhos de cada figura. Na segunda, marcariam a relação entre o número de pontinhos de cada imagem e a posição que a figura ocupa na sequência. Para melhor compreensão, analisaremos as duas colunas preenchidas em separado. O desempenho das participantes para a contagem dos pontinhos da sequência está registrado na Tabela 2:

Tabela 2: Desempenho das participantes no preenchimento da primeira coluna

| Coluna que registrou a quantidade de pontinhos | | |
|--|-----------------------|-----------|
| Preencheu | | Em Branco |
| Quantidade Correta | Quantidade Equivocada | |
| 7 | 1 | 2 |

Fonte: Acervo da pesquisa.

Após a análise desses dados, é possível observar que, de maneira geral, a maioria das participantes não encontrou dificuldades em contar os “pontinhos” de cada imagem desenhada na sequência e inferir a quantidade dos pontinhos restantes (até a 10ª imagem). A seguir, expomos a resolução de Marte (Figura 10).

Figura 10: Resposta apresentada por Marte para a atividade 2.E

| | |
|----|----|
| 1 | 6 |
| 2 | 11 |
| 3 | 16 |
| 4 | 21 |
| 5 | 26 |
| 6 | 31 |
| 7 | 36 |
| 8 | 41 |
| 9 | 46 |
| 10 | 51 |

segunda coluna a ser preenchida

primeira coluna a ser preenchida

Fonte: Acervo da pesquisa

Quanto aos equívocos, observamos que três participantes encontraram dificuldades: duas deixaram a coluna em branco e uma a preencheu com quantidades aleatórias. Lua, por exemplo, contou os “pontinhos” da imagem desenhada na sequência (Figura 2) e acrescentou três pontinhos até a décima imagem da sequência. A seguir, expomos a resolução de Lua (Figura 11).

Figura 11: Resposta dada por Lua para a atividade 2.E

| | |
|----|----|
| 1 | 11 |
| 2 | 14 |
| 3 | 17 |
| 4 | 20 |
| 5 | 23 |
| 6 | 26 |
| 7 | 29 |
| 8 | 32 |
| 9 | 35 |
| 10 | 38 |

Fonte: Acervo da pesquisa.

Quanto à segunda coluna a ser preenchida, que visava à construção de uma regra que permitisse relacionar o número de pontinhos de cada “três” com a posição ocupada na sequência, observamos que ela foi preenchida por oito participantes, conforme ilustra a Tabela 3.

Tabela 3: Número de participantes que preencheram a segunda coluna do item 3E

| Coluna que registrou a quantidade de pontinhos | | | | | | | |
|--|-------------------|-----------------------|-------------------|----------------|------------------|--|--|
| Preencheu | | | | Em branco | | | |
| Quantidade Correta | | Quantidade equivocada | | | | | |
| 7 | | 1 | | 2 | | | |
| esboça a regra | n/ esboça a regra | esboça a regra | n/ esboça a regra | esboça a regra | n/esboça a regra | | |
| 5 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | | |

Fonte: Elaboração dos pesquisadores.

Ao analisar os protocolos, observamos que cinco participantes indicaram uma regra diferente da solicitada, uma vez que elas não relacionaram o número de pontinhos com a posição da figura, mas sim notaram que, a cada figura, havia um aumento de cinco pontinhos. Esses resultados são próximos aos constatados por Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017). A conjectura de raciocínio observada nas participantes que indicaram as relações entre termos consecutivos da sequência foi uma condução também notada por Radford (2010b) em sua pesquisa; o autor a denominou generalização aritmética, uma vez que os futuros professores começaram identificando um aspecto comum observado na relação entre as figuras. No tocante à representação dessas cinco participantes, percebemos que uma delas – Saturno – indicou o número 5 (Figura 12).

Figura 12: Resposta dada por Saturno para a explicitação da regra

| | | |
|----|----|-----|
| 1 | 6 | (5) |
| 2 | 11 | |
| 3 | 16 | |
| 4 | 21 | |
| 5 | 26 | |
| 6 | 31 | |
| 7 | 36 | |
| 8 | 41 | |
| 9 | 46 | |
| 10 | 51 | |

Fonte: Acervo da pesquisa.

Outra representação encontrada entre as cinco elencadas foi a de Sol. Ela escreveu esta expressão: “regra de 5” (Figura 13).

Figura 13: Resposta dada por Sol para a regra solicitada

| | Número Pontinhos | Regra |
|----|------------------|------------|
| 1 | 6 | regra de 5 |
| 2 | 11 | |
| 3 | 16 | |
| 4 | 21 | |
| 5 | 26 | |
| 6 | 31 | |
| 7 | 36 | |
| 8 | 41 | |
| 9 | 46 | |
| 10 | 51 | |

Fonte: Acervo da pesquisa

Outra representação identificada nas produções de duas das cinco participantes foi

a escrita de expressões como: “adicionar sempre 5” ou “entre um e outro 5 pontos”. Na Figura 14, apresentamos a resposta de Vênus.

Figura 14: Resposta dada por Vênus para a regra solicitada

| | | |
|----|----|------------------------------|
| | | A regra é adicionar sempre 5 |
| 1 | 6 | |
| 2 | 11 | |
| 3 | 16 | |
| 4 | 21 | |
| 5 | 26 | |
| 6 | 31 | |
| 7 | 36 | |
| 8 | 41 | |
| 9 | 46 | |
| 10 | 51 | |

Fonte: Acervo da pesquisa.

Ainda em relação às cinco participantes, somente Terra tentou representar a sequência por meio de uma fórmula geral (Figura 15).

Figura 15: Resposta dada por Terra para a regra solicitada

| | | |
|----|----|--|
| 1 | 06 | |
| 2 | 11 | |
| 3 | 16 | |
| 4 | 21 | |
| 5 | 26 | |
| 6 | 31 | |
| 7 | 36 | |
| 8 | 41 | |
| 9 | 46 | |
| 10 | 51 | |

$(n-1) + 5$
 $(2-1) + 5$
 $(2.3) + 5$ $(n.3) + 5$
 $(1.3) + 5$

soma de 5 na figura anterior.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Fazendo uma análise da representação, notamos que a participante indicou em língua materna que a regra é: “soma de 5 na figura anterior”. Todavia, não conseguiu representar isso em uma fórmula. Apresentou duas tentativas. Na primeira, esboçou “(n-

1)+5”, pensando em achar o valor de n , e explicou: “*tentei mostrar que era a figura anterior mais 5*”. Já na segunda tentativa, sem êxito, ela representou a regra por “ $(n.3) + 5$ ” e deu o seguinte depoimento: “*tentei relacionar com o 3, mas também não deu certo*”. Apoiados em Radford (2010b), consideramos que, nesse momento, Terra ainda não havia desenvolvido completamente a generalização algébrica ou funcional, pois sua generalização era aritmética. Entretanto, ela parecia procurar uma lei que descrevesse a situação.

Fundamentados em Ball, Thames e Phelps (2008), deduzimos a partir do ocorrida na sessão, que os futuros professores precisam ampliar seus conhecimentos comuns e especializados sobre a generalização por meio da observação de padrões e sequências. Radford (2010b) classifica esse tipo de raciocínio utilizado pelas futuras professoras como indução ingênua, pois elas não investigam a sequência com detalhes, buscando relacionar as posições e seus termos ou procurando semelhanças entre eles. Nesse contexto, comungamos com os pressupostos dos autores de que a falta de domínio desse conteúdo específico implicaria igual ausência de conhecimentos para seu ensino, o que pode ser considerado um dificultador da prática docente do professor que lecionará Matemática para os anos iniciais.

Considerações

Concordamos com Radford (2010a) quando afirma que é de fundamental importância o papel dos professores durante o ensino de padrões e sequências, sobretudo nas escolhas de atividades. Eles precisam também conhecer os diferentes níveis de generalização, uma vez que seus alunos podem estar em níveis variados e utilizar diversos meios de buscar a resolução e desenvolver seu pensamento algébrico.

A análise das questões aqui apresentadas permitiu identificar que a maioria das participantes foi capaz de reconhecer elementos de uma sequência com figuras. Todavia, esse resultado positivo não foi visto na situação que solicitava a determinação de uma regra geral para a sequência analisada. Notamos que nenhuma das participantes conseguiu identificar um padrão que relacionasse a quantidade de pontinhos com a posição da figura. Foi possível, porém, observar que metade delas estava no nível da generalização aritmética, ou seja, conseguia perceber que, para encontrar o número de pontinhos de determinada posição, bastava adicionar 5 à posição anterior.

As respostas do grupo de participantes às questões mostraram que alguns aspectos importantes desse conteúdo específico — por exemplo, o reconhecimento de padrões a partir da percepção da relação entre a quantidade de pontinhos e a posição da figura — não faziam parte de seus saberes. Acreditamos que tal fato poderia comprometer, da mesma forma, os conhecimentos pedagógicos e curriculares desse conteúdo, como descrevem Ball, Thames e Phelps (2008).

Por fim, não podemos deixar de ressaltar que os resultados que expusemos aqui mostram os conhecimentos sobre a generalização de sequências explicitados pelas participantes no início da investigação. Entretanto, durante o processo de estudo em grupo, foi possível notar avanços relacionados às informações aqui apresentadas.

Referências

- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Fundamentos pedagógicos e estrutura geral da BNCC**. Brasília, DF: SEB/MEC, 2018 Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=56621-bnccapresentacao-fundamentos-pedagogicos-estrutura-pdf&category_slug=janeiro-2019-pdf&Itemid=30192. Acesso em: jan. 2019.
- CORREIA, D. da S. **O desenvolvimento profissional de professores que ensinam as estruturas multiplicativas**. 2018. 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2018.
- ETCHEVERRIA, T. C. **Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da geometria**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- LACHI, H.M.. **Aprender a Ensinar Padrões e Sequências Para os Anos Iniciais: uma experiência com estudantes de um curso de Pedagogia Semipresencial**. 2019. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2019.
- LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D. Um zoom nas produções discursivas em tarefas de early algebra de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, ano XVIII, n. 36, p. 41-72, jan./jun. 2017.
- MIRANDA, M. S. **Uma investigação sobre a (re) construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo**. 2014. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

- RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. *In*: ANNUAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 28., 2006, Mérida. **Proceedings** [...]. Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, 2006. v. 1. p. 2-21.
- _____. Elementary Forms of Algebraic Thinking in Young Students. *In*: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 34., 2010, Belo Horizonte. **Proceedings** [...]. Belo Horizonte: UFMG, 2010a. v. 4. p. 73-80.
- _____. Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra. *In*: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 25., 2001, Utrecht. **Proceedings** [...]. Utrecht: Utrecht University, 2001. v. 4. p. 81-89.
- _____. Layers of generality and types of generalization in pattern activities. **PNA**, Granada, v. 4, n. 2, p. 37-62, 2010b.
- SHULMAN, L. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 1-24, 1986.
- SILVA, J.; MAMEDE, E. Explorando Padrões no 6º ano do Ensino Básico. **Repositorium**, Braga, v. 20, p. 25-47, 2015. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/52499/1/JoanaSilva%26%20EmaMamede%202015%20Saber%26Educar.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2018.

Biografia Resumida

Henrique Moraes Lachi: Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). Professor e coordenador geral de polo EAD de graduação e pós graduação Lato sensu da Universidade Anhanguera de São Paulo campus Campo Limpo.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4219087551601621>

Contato: henriquelachi@gmail.com

Angelica da Fontoura Garcia Silva: Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC /SP). Professora do Programa de Pós graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São

Paulo (UNIAN). e do Programa de Pós-Graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da UNOPAR.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5279665144777466>

Contato: angelicafontoura@anhanguera.com

Maria Elisabette Brisola Brito Prado: Doutora em Currículo Universidade Católica de São Paulo (PUC /SP). Professora do Programa de Pós graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). e do Programa de Pós-Graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da UNOPAR.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3310915186532953>

Contato: maria_prado@anhanguera.com

Fatima Aparecida da Silva Dias: Doutora em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). E professora do Programa de Pós-Graduação em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da UNOPAR.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3193468110954574>

Contato: fatima.a.dias@kroton.com.br