Atribuição de significados ao conteúdo matemático: Uma perspectiva de contextualização de Acréscimo e Diferencial de y = f(x), no 1º Ano de Ciências Exatas do ISCED/HUILA

Boaventura Beleza dos Santos Nolasco

Resumo

A atribuição de significado à um determinado conteúdo matemático, tem a ver com o processo de contextualização do referido conteúdo, isto é, manifestar a importância social e técnica que o conteúdo matemático tem para o quotidiano. É comum dizer-se por parte de estudantes e não só; o porquê se aborda e aprende conteúdos matemáticos sem saber onde aplicá-los. Esta situação remete a todos atores de Ensino, professores, estudantes e fazedores de políticas educativas a pôr cobro à falta de visão sobre a aplicabilidade de conteúdos matemáticos e divisar os objetivos nas vertentes: a) de desenvolver, em geral, o pensamento, o raciocínio lógico da pessoa e b) de garantir o campo de aplicabilidade das noções de acréscimo e de diferencial da função y = f(x) em situações de vida prática. Estas vertentes, concorrem para potenciar a estrutura mental do estudante, transferir o conhecimento adquirido à experiência da vida, aplicando as noções do acréscimo e do diferencial de y = f(x) em problemas que espelham situações vivenciadas. Assim, atribuir significados ao conteúdo matemático é dar importância ao mesmo conteúdo na resolução de problemas do dia a dia, implicando a aplicação de acréscimo e diferenciais da função y =f(x).

Palavras Chaves: Professor, estudante, significado, acréscimo, diferencial.

Assigning Meanings to Mathematical Content: A contextualisation perspective of Addition and Differential of y = f(x), in the 1st Year of Exact Sciences of ISCED/HUILA

Boaventura Beleza dos Santos Nolasco

Abstract

The attribution of meaning to a given mathematical content has to do with the contextualization process of that content, that is, to manifest the social and technical importance that the mathematical content has for everyday life. It is common to say it on the part of students and not only; why you approach and learn mathematical content without knowing where to apply it. This situation refers to all teaching actors, teachers, students and educational policy makers to put an end to the lack of vision on the applicability of mathematical content and to identify the objectives in the areas: a) to develop, in general, thinking, reasoning logic of the person and b) to guarantee the applicability of the notions of addition and differential of the function y = f (x) in practical life situations. These aspects contribute to enhance the student's mental structure, transfer the knowledge acquired to the experience of life, applying the notions of the addition and differential of y = f (x) to problems that mirror experienced situations. Thus, to assign meanings to mathematical content is to give importance to the same content in solving day-to-day problems, implying the application of additions and differentials of the function y = f (x).

Key words: Teacher, student, meaning, addition, differential.

Considerações iniciais

Normalmente, o processo de Ensino e Aprendizagem é gerido por dois atores; professor e estudante, onde pelas novas tendências psicopedagógicas, o professor deve criar todas as condições possíveis para permitir a participação ativa e consciente do estudante, visto que, as novas tendências colocam o estudante como sujeito da sua realização académica, cabendo ao professor o papel de estimular e orientar e manifestar os assuntos temáticos em função dos objetivos a atingir. Neste contexto, pretende-se resolver problemas, cujo processo passa necessariamente por aplicar as noções de acréscimo e do diferencial da função y =f(x). Assim, tendo y = f(x) obtém-se: O acréscimo: $\Delta Y = f(x + \Delta x) - f(x)$.

Em muitos livros ou materiais de consultas pode-se encontrar: $\Delta y = \Delta f,\ \Delta x = h$, sendo $\Delta x = h$, o incremento da variável independente x e $\Delta y = \Delta f$ o incremento da variável dependente y. Desta feita, acede-se a definição:

Definição 1: Chama-se acréscimo ou incremento da função $y = f(x)$, toda a relação que se escreve sob a condição: $\Delta Y = f(x + \Delta x) - f(x)$, onde Δx é o incremento de x(FLEMMING, GONÇALVES, 2012)

Da **definição 1**, Δx tende a zero **(**x → 0).

Definição 2: Chama-se diferencial da função y =f(x), toda relação que se escreve sob a condição: $dy = f'(x)dx$, onde $dx = \Delta x,\ f'(x)$ é $a\ derivada\ da\ função\ y = f(x)$ e dx é $o\ diferencial\ da\ variável\ x$ (DEMIDOVITCH, 2010).

A abordagem das duas noções implica o domínio de conteúdos sobre infinitésimos e a matéria sobre as derivadas. Também pode-se afirmar que depois do tratamento exaustivo do acréscimo e do diferencial da função y =f (x), chega-se à conclusão de que o acréscimo de y =f (x) é aproximadamente igual ao diferencial da referida função, isto é, $\Delta y \cong dy$, sem se descorar da condição de $\Delta x = dx = h$, onde h é um infinitésimo.

Nesta senda, tem-se a obrigação de apresentar a ideia geral de um problema matemático que deve ser resolvido, já que é o problema que vai atribuir significado aos conteúdos em causa.

Definição 3: Problema é todo enunciado que não coloca em evidência todos os dados, manifestando pelo menos uma incógnita e que para buscá-la recorre a uma sentença matemática.

Esta definição, não é algo acabado, mas resulta de uma compreensão pessoal do que é um problema, pela exploração que o autor do artigo fez sobre a essência de problemas. São os problemas, cuja resolução, garantem significado aos conteúdos matemáticos. Sendo assim, considera-se significado algo relativo ao signo e signo é o sinal pelo qual se chega ao conhecimento de outra realidade. Neste contexto, o acréscimo e o diferencial de y =f(x) são sinais concorrentes a simbologia que levam os estudiosos à compreensão e resolução de problemas afins, daí a justificação da atribuição de significados aos conteúdos em causa.

O processo que se pretende levar a cabo, permite que o estudante tenha uma participação ativa e consciente visto que; o tratamento de conteúdos sobre acréscimos e diferenciais já foi feito, pede-se a ele que aplique os conhecimentos aprendidos no processo de resolução de problemas, manifestando também o princípio de sistematicidade lógica e sequencial de conteúdo. A orientação do professor consiste na transferência da linguagem corrente do problema à linguagem algébrica, na construção da sentença matemática, isto é, que o problema encontre, na sua resolução, entes matemáticos como acréscimo e diferencial como suas ferramentas de suporte.

Ao fazer alusão a funções, deve-se dizer que não se trata propriamente da função y = f(x), mas sim qualquer função dependa apenas de uma variável.

Abordagem do processo de atribuição de significados à acréscimo e à diferenciais de uma função

Esta secção de texto, vai fazer abordagem nas três vertentes:

1-Tratamento Preliminar do Acréscimo da função y =f(x)

Vai-se fazer abordagem preliminar do acréscimo e diferencial de uma função y=f(x), cuja estrutura desta contempla x como variável independente e y variável dependente. Da definição do acréscimo tem-se:

$$\Delta Y = f(x + \Delta x) - f(x)$$
$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta Y$$

$f(x + \Delta x)$ é a função total pois que, contempla na sua soma a função e a variação desta. Assim, Δx é o acréscimo de x e ΔY o acréscimo de Y. Desta feita, tem-se o seguinte exemplo:
Exemplo 1: Determine o acréscimo de cada função, com os elementos e incrementos das variáveis independentes expressos por cada caso:

a) $f(x) = 5x - 2, se\ x = 1\ e\ \Delta x = 0{,}1$

b) $f(x) = x^2\ \ se\ x = 2\ e\ h = 0{,}01$

Para $f(x) = 5x - 2, se\ x = 1\ e\ \Delta x = 0{,}1$ vem:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$
$$\Delta y = 5(x + \Delta x) - 2 - (5x - 2)$$
$$\Delta y = 5\Delta x$$
$$\Delta y = 5.0{,}1 = 0{,}5$$

A ideia que se defende é que, quando se acrescenta 0,1 a x =1, y =3 tem um incremento de 0,5.

Para $f(x) = x^2 \;\; se\ x = 2\ e\ h = 0{,}01$ vem:

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

$$\Delta y = (x + \Delta x)^2 - x^2$$

$$\Delta y = 2xh - h^2 = 2.2.0{,}1 - 0{,}1^2$$

$$\Delta y = 0{,}0401$$

Quando x =2 tem um aumento de 0,01, y =4 tem um aumento de 0,0401.

2-Tratamento Preliminar do Diferencial da função y =f(x)

A definição sobre o diferencial de alguma função já foi feita em **1.0,** cabendo apenas a tarefa de apresentar exemplo. Exemplo 2: Ache os diferenciais de cada caso, com os seus elementos expressos:

a) $f(x) = 5x - 2, se\ x = 1\ e\ \Delta x = 0{,}1$

b) $f(x) = x^2 \;\; se\ x = 2\ e\ h = 0{,}01$

Como $dy = f'(x)dx$ vem:

Para $f(x) = 5x - 2, se\ x = 1\ e\ \Delta x = 0{,}1$ vem:

$$f'(x) = 5$$

$$dy = 5.0{,}1 = 0{,}5$$

Para $f(x) = 5x - 2, se\ x = 1\ e\ \Delta x = 0{,}1$

$$f'(x) = 2x$$

$$dy = 2.2.0{,}01 = 0{,}04$$

3-Abordagem da aproximação ou igualdade do acréscimo ao diferencial da função y = f(x)

O acréscimo da função y = f(x) pode ter uma igualdade ou aproximação acentuada ao diferencial da referida função. A igualdade pode ser constatada em algumas funções e a aproximação em outras. Na situação em que o acréscimo é aproximado ao diferencial da mesma função, a diferença entre eles é um infinitésimo de ordem superior a $\rho = \Delta x$, sendo ρ a distância entre dois pontos sobre a reta real.

Para o caso de funções de funções lineares e afins, a diferença entre o acréscimo e o diferencial é nula(zero). Assim, normalmente escreve-se: $\Delta y \cong dy$, o acréscimo de y é aproximadamente igual ao diferencial de y.

Passemos agora, a avaliação das diferenças entre acréscimos e diferenciais das funções já estudadas:

De $f(x) = 5x - 2$ com $x = 1$ e $\Delta x = 0{,}1$, tem-se:

$$\Delta y = 5\Delta x = 5.0{,}1 = 0{,}5$$

$$dy = f'(x)dx = 5.0{,}1 = 0{,}5\ sendo\ \Delta x = h = 0{,}1$$

Assim, o acréscimo e o diferencial da função $f(x) = 5x - 2$ é o mesmo pelo fato da função ser afim, logo $\Delta y = dy$. Quando a função não é linear(y =mx) e nem afim(y =mx+n), a diferença entre o acréscimo e o diferencial é um infinitésimo de ordem superior a $\rho = \Delta x = h = dx$. Assim acede-se no Exemplo 3: Avalie a diferença entre o acréscimo e o diferencial de $f(x) = x^2, com\ \ x = 2\ e\ h = 0{,}001$

$$\Delta y = 0{,}0401$$

$$dy = 0{,}04$$

A diferença é dada por: $\Delta y - dy = 0{,}0401 - 0{,}04 = 0{,}0001$. Esta diferença reflete um infinitésimo de ordem superior a $\rho = \Delta x = 0{,}001$. Para dizer que o resultado da diferença tem maior aproximação à zero do que $\rho = 0{,}001$. Esta é a situação que justifica a aproximação do acréscimo ao diferencial da mesma função. Por via disso vem:

$$\Delta Y \approx dy$$

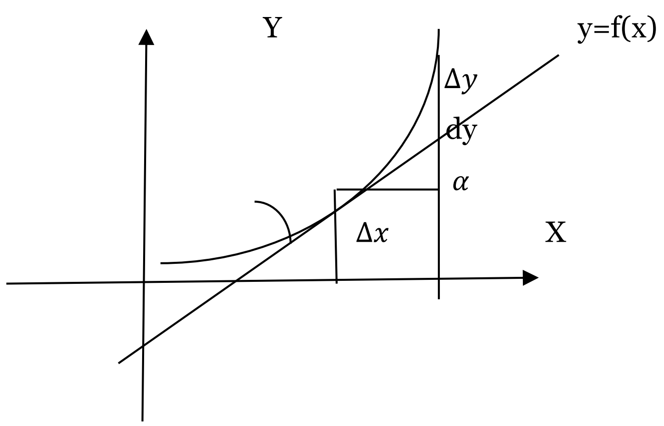
$$f(x + \Delta x) - f(x) \approx f'(x)\Delta x$$

Da relação anterior tem-se:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x \quad (1)$$

Recorrendo a fórmula de aproximação do acréscimo ao diferencial da função Y =f(x), tenciona-se apresentar uma série de exercícios com vista a testar a validade da relação (1), mas no entanto, aproveita-se a ocasião de esboçar geometricamente o acréscimo bem como o diferencial de y =f(x).

Figura 1: Acréscimo e diferencial de y =f(x)



Fonte: do autor

De imediato passa-se a apresentação de exercícios com vista a cultivar as habilidades do estudante, numa altura em que o professor dirige o processo, velando pela aplicabilidade das fórmulas do acréscimo, do diferencial e da fórmula e da fórmula mista, pela aproximação. Desta feita, tem-se Exemplo 4: Calcular aproximadamente o valor de cada operação:

i)$\frac{2{,}02}{6}$ ii) $3^{2{,}1}$ iii) $\sqrt{5}$ iV) $\sqrt{5}$ V) $sen(31^o)$

Para a resolução destas operações o estudante deve ser levado a aplicar a relação:

$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

Para a operação da **i**) vem:

$$\frac{2{,}02}{6} = \frac{2+0{,}02}{2.3}, fazendo\ x = 2\ e\ \Delta x = 0{,}02\ vem:$$

$$\frac{2+0{,}02}{2.3} = \frac{x+\Delta x}{3x} = f(x+\Delta x)$$

Daí deduz-se que; $f(x) = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$

Retomando a fórmula tem-se: $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$

$$f'(x) = 0\ e\ \Delta x = 0{,}02$$

$$\frac{2+0{,}02}{2.3} \approx \frac{1}{3} + 0.0{,}02 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2+0{,}02}{2.3} \approx 0{,}333$$

A operação da **ii**), resolve-se da seguinte forma:

$3^{2{,}1} = 3^{2+0{,}1}$, fazendo $x = 2\ e\ \Delta x = 0{,}1\ vem$:

$$3^{2+0{,}1} = 3^{x+\Delta x} = f(x+\Delta x)$$

Deduz-se que; $f(x) = 3^x$

Aplicando a fórmula da aproximação tem-se:

$$3^{x+\Delta x} \approx 3^x + 3^x lnx.\Delta x$$

Sendo que; $f'(x) = 3^x ln3$

Substituindo as variáveis pelos seus respetivos valores vem;

$$3^{2{,}1} \approx 3^2 + 3^2 ln3.0{,}1 = 9{,}989$$

Para o caso da **iii**)$\sqrt{5}$ vem:

$\sqrt{5} = \sqrt{4+1}$, transforma-se o radicando em soma onde uma das parcelas é um quadrado perfeito próximo de 5.

$\sqrt{5} = \sqrt{4+1} = \sqrt{x+1} \approx \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \Delta x$, fazendo x =4, $\Delta x = 1$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\sqrt{4+1} \approx \sqrt{4} + \frac{1}{2\sqrt{4}} \cdot 1$$

$$\sqrt{5} \approx 2 + \frac{1}{2.2} \cdot 1$$

$$\sqrt{5} \approx 2 + 0{,}25.1 = 2{,}25$$

Por outra via tem-se:

$\sqrt{5} = \sqrt{4+1} = \sqrt{4\left(1+\frac{1}{4}\right)} = 2\sqrt{1+0{,}25} = 2\sqrt{x+\Delta x}$, sendo x=1, $\Delta x = 0{,}25$

$$\sqrt{x+\Delta x} \approx \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \Delta x$$

$$\sqrt{1{,}25} \approx \sqrt{1} + \frac{1}{2\sqrt{1}} \cdot 0{,}25$$

$$\sqrt{1{,}25} \approx 1 + 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 1{,}125$$

Retomando a operação inicial vem:

$$2\sqrt{1+0{,}25} \approx 2.1{,}125 = 2{,}25$$

A operação da **iv**)$\sqrt{640} = \sqrt{64.10} = 8\sqrt{10} = 8\sqrt{9+1} = 8\sqrt{9(1+\frac{1}{9})} = 24\sqrt{1+\frac{1}{9}}$

$\sqrt{1+\frac{1}{9}} = \sqrt{x+\Delta x} \approx \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \Delta x$, com x =1 e $\Delta x = \frac{1}{9} = 0{,}111$

$$\sqrt{1+\frac{1}{9}} \approx 1 + \frac{1}{2.1} \cdot 0{,}111 = 1{,}0555$$

Retoma-se a operação geradora; $24\sqrt{1+\frac{1}{9}} \approx 24.1{,}0555 = 25{,}332$

A última questão, V) $sen(31°) = sen(30° + 1°)$

Procede-se a conversão de arcos onde; $30° = \frac{\pi}{6}, 1° = \frac{\pi}{180}$

$sen(30° + 1°) = sen\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{180}\right) = sen(x + \Delta x)$, com $x = \frac{\pi}{6}$ e $\Delta x = \frac{\pi}{180}$.

$$sen(x+\Delta x) \approx senx + cosx.\Delta x$$

$$sen(31°) \approx sen\frac{\pi}{6} + cos\frac{\pi}{6} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$sen(31°) \approx 0{,}5 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = 0{,}5 + 0{,}866.0{,}01745$$

$$sen(31°) \approx 0{,}515$$

A transformação $31° = 30° + 1°$, pelo fato de $30°$ ser um arco notável e posteriormente tais arcos são convertidos em radianos, já que em Análise Matemática trabalha-se mais sobre este sistema.

ISSN 2526-2882

O professor ao orientar a resolução destas operações, deve informar aos estudantes que, o processo não tem apenas uma via de resolução tal como se mostrou na operação da iii).

Apresentação de problemas, cuja resolução implica a aplicabilidade do acréscimo e do diferencial de y =f(x)

Vai-se apresentar uma série de problemas, cada um pela sua natureza, implicando posteriormente a aplicabilidade da noção do acréscimo e do diferencial de uma função y =f(x).

Já se adiantou com alguma informação de que a questão da função y =f(x) é uma formalidade apenas, mas na verdade os problemas podem apresentar situações, cujas funções não venham a depender de x e tendo y como variável independente pois que, os problemas podem espelhar situações que expressem distâncias, áreas, volumes, etc.

Como se trata do processo de resolução de problemas pauta-se, por opção própria, pelo Enfoque de George Polya (1995) que postula o mecanismo de resolução de problemas através de alguma Heurística. A Heurística é um paradigma que consiste na resolução de problemas, facilitando a compreensão do texto, levando o estudante a refletir, a raciocinar e a elevar o seu nível de pensamento até a solução do problema.

Neste contexto, entende-se que o problema em causa uma operação textual, encerrando pelo menos uma ideia, onde estão **omissos** alguns dados, cuja obtenção destes recorre-se a heurística de que se deve munir o estudante, em função de alguma preparação preliminar que este tenha.

O Enfoque de George Polya (1995) manifesta uma Heurística, cujas fases estão resumidas da seguinte forma:

1ª Fase: Leitura e compreensão do texto

2ª Fase: Extração de dados e manifestação de incógnitas

3ªFase: Construção de sentenças matemáticas ou equações.

4ªFase: Resolução de problemas através de sentenças estabelecidas

5ªFase: Verificação da via de resolução e sua conformação com os dados apresentados.

Esta Heurística deve ser um instrumento de apoio ao professor para orientar as atividades dos estudantes, levando-os a refletir, a conjeturar e a contrastar as ideias que não se conformam com o contexto do problema apresentado. Neste sentido, o estudante deve manifestar as suas ideias face ao problema, cabendo ao professor a tarefa de orientar e encaminhar, até que por vontade própria e firme, mostre a descoberta de sentenças e manifeste as habilidades de resolução do problema em causa.

Desta feita, manifesta-se os problemas de diferentes naturezas, para que o estudante tenha não só acesso à eles mas também oportunidade de resolvê-los. Eis os seguintes

ISSN 2526-2882

problemas:

1-Determine aproximadamente $\sqrt[4]{17}$.

2-Um professor de Desenho Técnico, orientou aos seus estudantes a fazer algum desenho numa folha branca de dimensões exteriores; **a** e **b** com **b =21.1cm** e tendo **a 8,6cm** a mais em relação a **b** . Para tal recordou-os que fizessem uma esquadria de **3mm**. Determine a área do desenho.

a) Ache a área total e aproximada da esquadria.

3-Uma caixa tem dimensões interiores iguais a **x, y** e **z ;** sendo **x** o triplo de **z**, **y** o dobro de **z**. A referida caixa tem uma espessura de **k =4mm** . Ache os volumes total e do interior da caixa, sabendo que **y =6cm** .

4- Calcule o volume, total e aproximado, da casca de uma laranja de raio interior **r =3cm** e espessura **k =1,5mm**. Obs: considera-se a laranja como tendo forma esférica, cujo volume é $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^2 h}$.

5-Uma senhora decide preparar a salada para sua família com pepino que tem forma de um elipsoide. O referido legume tem: a espessura **k =1mm**, as dimensões interiores **a =8cm**, **b** resulta da diferença da metade de **a** e a **unidade** e **c** é a diferença entre a metade de **a** e a **metade da unidade**. Determine o volume da casca do pepino. OBS: O pepino tem o volume do elipsoide $\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi abc}$**.**

6- Um terreno tem forma quadrangular, as dimensões interiores são tais que o comprimento é o dobro da largura, o incremento da largura é **0,4m.** Ache a variação da diagonal do terreno total e aproximada.

7-Um cilindro tem dimensões exteriores R =9cm, a altura constitui o dobro do raio. Se o cilindro admite uma espessura k=2mm. Ache os volumes do interior do cilindro e do material com o qual foi fabricado (total e aproximado).

Para a fase de resolução, o estudante é levado a cumprir com os pressupostos apreendidos aquando do estudo sobre acréscimo e diferenciais, nas aulas, raciocinar e manifestar a importância do conteúdo em causa.

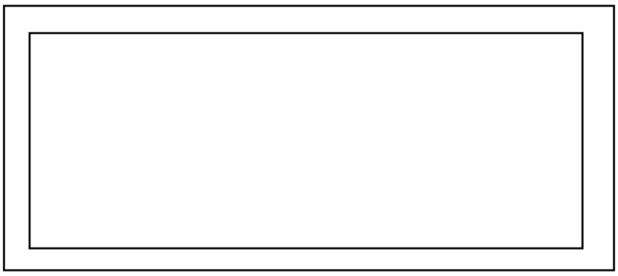
Assim sendo, vem:

1º Problema: Não se trata de um problema tal, mas sim de um exercício que garante o elo de ligação entre aqueles exercícios já vistos em **2.02** de formas a recordar e a cultivar habilidades.

$$\sqrt[4]{17} = \sqrt[4]{16+1} = 2\sqrt[4]{1+\frac{1}{16}} \approx 2\left(\sqrt[4]{1} + \frac{1}{4\sqrt[4]{1^3}} \cdot 0{,}063\right) = 2{,}0315 \,.$$

2º Problema: A 1ªfase, requer fazer a leitura e compreensão do enunciado do problema, mas antes estabelece-se uma figura de análise.

Figura 2: Terreno quadrangular



Fonte: o autor

2ªfase: Extração de dados

Suponhamos que x e y são dimensões interiores da folha de desenho onde: $a = x + k \; e \; b = y + k$.

$a = b + 8{,}6cm, \quad b = 21{,}1cm \; e \; k = 3mm = 0{,}3cm$

3ª fase: Resolução do Problema

$A = ab$?(área total da folha)

$\Delta A = A(y + k) - A(y)$ $(área\ total\ da\ esquadria)$

$dA = A'(y)dy(área\ aproximada\ da\ esquadria)$

a =21,1cm+8,6cm =29,7cm.

Assim, resolve-se $A(b) = (b + 8{,}6cm)b = b^2 + 8{,}6bcm$

A área interior é dada por; A =$(b - 0{,}3)^2 + 8{,}6(b - 0{,}3) = y^2 + 8{,}6y$

A(y) = $y^2 + 8{,}6y$ =$20{,}8^2 + 8{,}6.20{,}8 = 432{,}64 + 178{,}88 = 611{,}52cm^2$

A área total da folha é dada por:

$A(b) = (b + 8{,}6cm)b = b^2 + 8{,}6bcm = 21{,}1^2 + 8{,}6.21{,}1 = 445{,}21 + 181{,}46 = 626{,}67cm^2$.

A área total da esquadria é: $\Delta A = A(y + k) - A(y)$

$\Delta A = 626{,}67 - 611{,}52 = 15{,}15$

A área aproximada da esquadria é: dA

$dA = A'(y)dy = (2y + 8{,}6)0{,}3$ com dy =k=0,3

$dA = (2.20{,}8 + 8{,}6)0{,}3 = 15{,}06cm^2$

Assim mostrou-se que, a área total da esquadria e a área aproximada da esquadria tem valores aproximados.

4ª fase: Verificação de resultados

O estudante é obrigado a mostrar a via de solução, claro com orientação do professor, para habilitar-se no exercício do raciocínio lógico e estar propenso a esta dinâmica, aquando da resolução de problemas. Desta feita, procede a verificação dizendo:

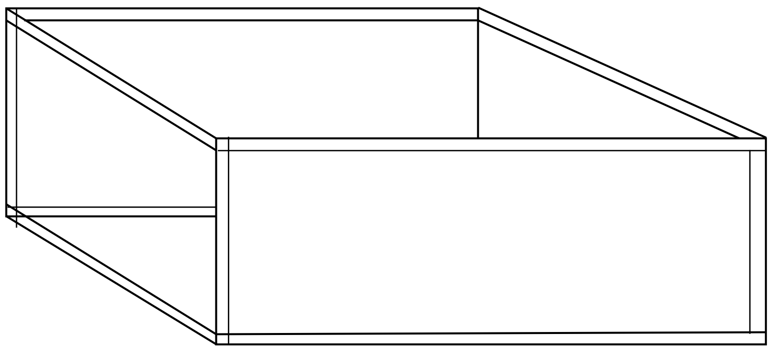
-A área do desenho, na folha, é de 611,52cm².

-A área total da esquadria, é de 15,15cm².

-A área aproximada da esquadria, é de 15, 06cm².

O professor tem sempre o papel de fazer recordar o estudante, a velar pela comparação da área total da esquadria e a área aproximada da mesma, cuja diferença entre elas é ínfima. Para o 3º Problema tem-se a figura de análise:

Figura 2: Caixa com dimensões interiores e exteriores



Fonte: o autor

Dados

X=3z, Y=2z =6 e K=4mm =0,4cm

Volume interior da caixa

V = xyz

Aplicando as sentenças vem:

$V(z) = 3z.2z.z\ = 6z^3 = 6.27cm^3 = 162cm^3\ (volume\ interior), com\ z = 3$

O volume total é dado por:

$V(z + \Delta z)\ = 6(z + \Delta z)^3$ onde $k = \Delta z = 0{,}4cm$

$V(3{,}4) = 6(3{,}4)^3cm^3 = 235{,}824\ cm^3$

Assim o volume interior da caixa é de $162cm^3\ \ e\ \ o\ total$ é $de\ \ 235{,}824cm^3$.

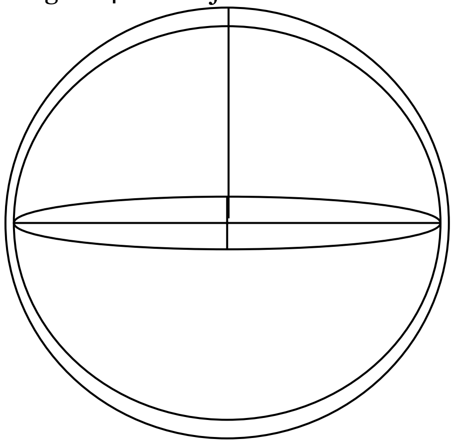
O 4º Problema resolve-se pela seguinte figura de análise:

Dados

$V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$, r =h=3cm

ISSN 2526-2882

Figura 4: Laranja com as suas dimensões



Fonte: o autor

Tendo em conta a fórmula, a altura h é dada pela metade da esfera que representa, a metade da laranja e a fórmula do volume já contempla as duas partes da laranja. A fórmula final acaba por ser: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

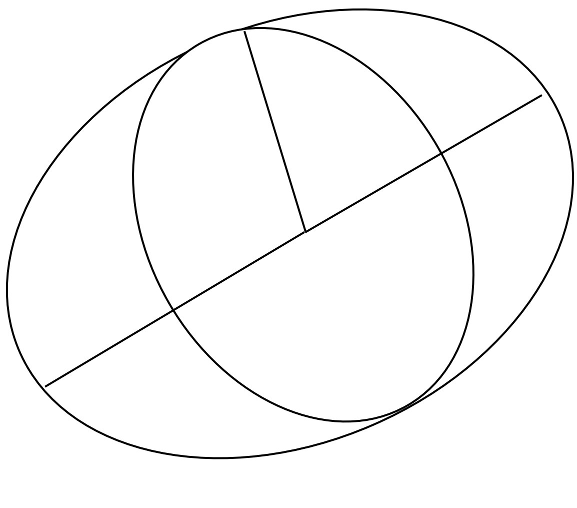
Fala-se de esfera porque a laranja tem forma esférica onde $\Delta r = k = 1{,}5mm = 0{,}15cm$. O volume da casca vem expresso por:

$$\Delta V = V(r + \Delta r) - V(r) = \frac{4}{3}\pi(r + \Delta r)^3 - \frac{4}{3}\pi(r + \Delta r)^3 = 17{,}827cm^3$$

$$dV \; = 4\pi r^2 dr = 36\pi. 0{,}15 = 16{,}965cm^3, \quad \Delta r = dr = 0{,}15cm$$

Neste problema, o estudante é livre de escolher a via de solução; ou faz pela via do volume total da casca da laranja ou faz pela via do volume aproximado da casca da referida fruta. Para o 5º Problema a figura de análise: Elipsoide

Figura 5: Elipsoide



Fonte: o autor

ISSN 2526-2882

O elipsoide tem três dimensões a, b e c. Dados:

$a = 8cm, b = \frac{a}{2} - 1, \ c = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}, \Delta a = k = 1mm = 0{,}1cm$

$V = \frac{4}{3}\pi abc$, aplicando as relações dos dados na fórmula anterior vem:

$V = \frac{4}{3}\pi abc = \frac{4}{3}\pi a\left(\frac{a}{2} - 1\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}\pi(\frac{a^3}{4} - \frac{3}{4}a^2 + \frac{a}{2})$, isto é,

$V(a) = \frac{4}{3}\pi(\frac{a^3}{4} - \frac{3}{4}a^2 + \frac{a}{2})$(volume interior do elipsoide)

Daí vem: $V(8) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{8^3}{4} - \frac{3}{4}8^2 + \frac{8}{2}\right) = 351{,}858\ cm^3$

O volume total é; $V(8 + 0{,}1) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{8{,}1^3}{4} - \frac{3}{4}8{,}1^2 + \frac{8{,}1}{2}\right) = 367{,}368\ cm^3$

O volume da casca do pepino ou a variação do volume é:

$\Delta V = V(a + \Delta a) - V(a) = 367{,}368 - 351{,}858 = 15{,}51cm^3$

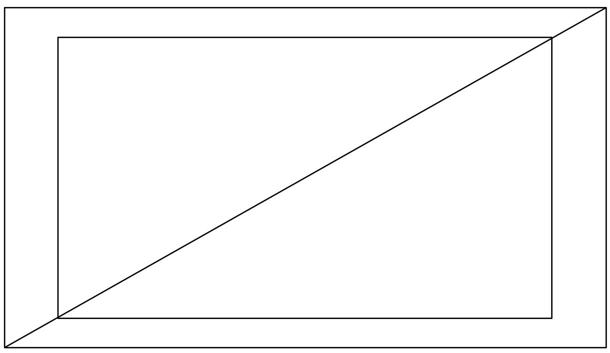
O volume aproximado da casca do pepino é:

$dV = V'(a)da = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3.8^2}{4} - \frac{6}{4}.8 + \frac{1}{2}\right).0{,}1 = 15{,}289cm^3$

Neste sentido, $\Delta V - dv \to 0$, $15{,}51cm^3 - 15{,}289cm^3 = 0{,}22cm^3$. O valor $0{,}22cm^3$ arredonda-se para o defeito, isto é, *para zero*.

O 6º Problema manifesta a seguinte figura de análise,

Figura 6: Retângulo com a =2b



Fonte: o autor

Dados: Sendo a e b o comprimento e a largura respetivamente vem: $a = 2b$.

O acréscimo de b é; $\Delta b = 0{,}4m$

A diagonal interior é $l = 100\sqrt{5}\ m$

$\Delta l = ?$

O professor deve levar os estudantes a recordarem-se do Teorema de Pitágoras, para produzirem a relação que contempla a diagonal l, *como hipotenusa*, onde:

ISSN 2526-2882

$l^2 = a^2 + b^2,\ como\ a = 2b\ \ vem:\ l = \sqrt{4b^2 + b^2} = \sqrt{5b^2} = \sqrt{5}\, b$

A função diagonal é considerada como sendo; $l(b) = \sqrt{5}\, b$

A variação da diagonal é; :

$\Delta l = \sqrt{5}\,(b + \Delta b) - \sqrt{5}\, b = \sqrt{5}\, b + \sqrt{5}\,\Delta b - \sqrt{5}\, b$

$\Delta l = \sqrt{5}\,\Delta b = 0{,}4m\sqrt{5}\ = 0{,}4\sqrt{5}\, m.$

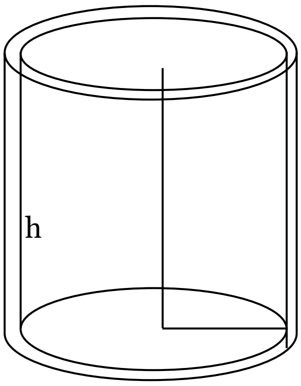
Querendo calcular pelo diferencial da diagonal vem:

$dl = l'(b)db = \sqrt{5}\ 0{,}4m = 0{,}4\sqrt{5}m$

Nesta operação, desperta-se a atenção de que a Variação da diagonal é igual ao diferencial da mesma pela razão da função diagonal ser linear.

O Problema a seguir(7º), trata-se de um corpo sólido e para tal, tem-se o seguinte esboço:

Figura7: O cilindro com dimensões interiores r e h.



Fonte: o autor

Desta feita tem-se os dados:

Sejam H e R, altura e raio exteriores, isto é,

$H\ = h + \Delta h, \qquad R = r + \Delta r, \qquad \Delta r = k = 2mm = 0{,}2cm$

$h = 2r$

$\Delta V =?\ ou\ dV\ =?$

Estabelece-se a função volume: $V = V(r) = \pi r^2 h = 2\pi r^3$(volume interior)

$V(r + \Delta r) = 2\pi(r + \Delta r)^3 (volume\ total)$

$r = R - \Delta r = 9cm - 0{,}2cm = 8{,}8cm$

$V = 2\pi 8{,}8^3 cm^3 = 1362{,}944\pi cm^3$

$V(r + \Delta r) = V(9) = 2\pi.\, 9^3 cm^3 = 1458\pi cm^3$

$\Delta V =\ V(r + \Delta r) - V(r) = 1458\pi cm^3 - 1362{,}944\pi cm^3 = 95{,}056\pi cm^3$

ISSN 2526-2882

Esta variação de volume também é dita de volume total do material, pois que existe outra forma de achar o volume aproximado do material com o qual foi fabricado o cilindro que é;

$$dV = V'(r)dr = 6\pi r^2 dr = 6\pi.8,8^2.0,2cm^3 = 92,928\pi cm^3$$

Estas são as possibilidades que o estudante tem de calcular o volume do material com que se fez o cilindro, ao menos que o professor dê indicações necessárias.

Complementaridades

Nesta secção, tenciona-se garantir informações adicionais a respeito da produção do trabalho, manifestar o motivo pelo qual se realizou este trabalho, no sentido de viabilizar e tornar o processo de Ensino e Aprendizagem mais significativos. Este pressuposto enfatiza a questão de garantir uma participação mais ativa e consciente do estudante, tornar o conteúdo sobre acréscimo e diferencial mais atrativo, de formas a debelar as inquietações dos estudantes tais como:

-Não sei por que é que sou obrigado a estudar esta matéria

-Não vejo a importância destes conteúdos na vida prática e social.

Face a estes questionamentos, o produtor do trabalho, verificou que o tratamento do conteúdo em causa tem sido feito de forma muito informal, não se tem em geral mostrado os campos de aplicabilidade dos mesmos.

Este desconforto provoca as seguintes situações:

1-Demotivação dos estudantes face ao estudo dos temas

2-Falta de interesse, por parte de estudantes como consequência da primeira situação.

3-Quebra da sequência lógica do referido conteúdo ao ser abordado em funções de várias variáveis.

4- Indução aos estudantes à não pesquisa dos assuntos abordados o que os impele a falta de amor próprio ao conhecimento da matéria afim.

O quadro que se mostra resulta de alguma pesquisa, embora não muito rigorosa, de oito turmas que dão a cadeira de Análise Matemática, os estudantes manifestaram este tipo de inquietações. As turmas em média são constituídas por 30 estudantes, perfazendo um total de 240 estudantes no ISCED/HUILA em Angola-2019.

Pretende-se dizer que as oito turmas estão desdobradas em: Quatro turmas do curso regular; Quatro turmas do curso Pós-Laboral. As informações como tais, foram obtidas por meio de uma entrevista não estruturada, onde em geral, a maioria dos estudantes manifestaram inquietações aludidas anteriormente.

Face ao quadro apresentado, o que se deve fazer?

Neste contexto, faz-se a chamada de atenção aos professores, no sentido de se fazer

ISSN 2526-2882

mais um trabalho sobre as competências do que sobre os objetivos. O que se passa é que, o professor fica muito preocupado em ver uma unidade curricular vasta de conteúdos e em consequência esforça-se mais em primar pelo cumprimento do Programa de Ensino em detrimento do trabalho sobre as competências. Esta situação reflete um erro metódico grave, deve-se equilibrar, embora não se atinja um ponto desejável, mas que se garanta o essencial quer seja sobre o Programa de Ensino como sobre as competências.

Considerações finais

Pretende-se manifestar uma abordagem quer seja no contexto de conclusões como no de sugestões, para que as situações constatadas sejam debeladas pelo cumprimento das sugestões e recomendações. Juga-se que assim, pode-se brindar, doravante, um processo de Ensino e Aprendizagem, mais ativo, mais consciente e atrativo na resolução de problemas no âmbito da própria Matemática como fora dela.

No âmbito do ensino dos conteúdos em causa na disciplina de Análise Matemática, constatou-se o seguinte:

1-Os conteúdos sobre acréscimos e diferenciais têm sido dados e seguidos, em geral, de exemplos.

2- O tratamento de acréscimos e diferenciais tem sido dado, em geral, de maneira formal.

3- O tratamento apenas formal do conteúdo, não desperta o interesse dos estudantes aos mesmos, ocasionando desmotivação e omitindo campos de aplicabilidade.

4- o tratamento deficitário do conteúdo, quebra o princípio de sistematicidade e sequência lógica da matéria, quando esta for retomada em funções de várias variáveis.

5- Os professores, em geral fazem mais um trabalho sobre os objetivos do que sobre as competências.

Em função das constatações, sugere-se os seguintes aspetos:

1-Que o tratamento dos acréscimos e diferenciais seja contextualizado através da resolução de problemas.

2-Que o processo de Ensino e Aprendizagem seja equilibrado, velando pelos aspetos formais e informais para cultivar o interesse e a motivação dos estudantes.

3-Que o tratamento de acréscimos e diferenciais da função de uma variável, seja abordado significativamente para subsidiar o outro tratamento em funções de várias variáveis.

Desta feita, o quadro das considerações finais mostra os indicadores que caracterizam os atores principais do ensino e põe em evidência a forma como os atores devem interagir, para que cada um cumpra com as suas obrigações para se ter uma aprendizagem significativa.

ISSN 2526-2882

Referências

DEMIDOVITCH, B. - **Problemas e Exercícios de Análise Matemática**- Editora Escolar, tradução para português: Escolar editora, editora MIR MOSCOVO,1977,1993, ISBN 978-972-592-283-5, Depósito Legal nº306832/10

FLEMMING, D.M. & GONÇALVES, M.B., **Cálculo A, funções, limite derivação e integração**-6ªEDIÇÃO, REVISTA E AMPLIADA, São Paulo/Brasil: Pearson Prentice Hall,2006-ISBN 978-85-7605-115-2-8ª reimpressão-abril 2012

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro, 1995.

Biografia Resumida

Boaventura Beleza dos Santos Nolasco: Instituto Superior de Ciências da Educação da Huila-ISCED/HUILA-Angola

Contato: beleza2011@live.com.pt