

Uma proposta de sequência didática para o ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos

Lilliane Araujo Lima Brito 

Marcos Grilo 

Resumo

O objetivo deste trabalho é propor uma sequência didática para o ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos. Apoiado no diagnóstico realizado em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública situada na cidade de Alagoinhas, Bahia, a nossa proposta teve como gênese um exercício do livro didático da coleção Contato Matemática, dos autores Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia, editora FTD. A elaboração da sequência didática foi baseada em um ensaio teórico que analisa a estrutura de uma ponte usando modelagem matemática. Os resultados da pesquisa revelaram que a estratégia de confecção de ponte de palitos contribuiu no processo de ensino e aprendizagem de funções quadráticas da turma. Avaliamos a transformação da prática educativa do professor de Matemática egresso do PROFMAT e percebemos que o programa, apesar de relevante no aprofundamento de conteúdos matemáticos, não está imerso em um contexto de práxis educativa.

Palavras-chave: Sequência didática, Função quadrática, Ponte de palitos.

A didactic sequence proposal for teaching quadratic functions through the construction of toothpick's bridge

Lilliane Araujo Lima Brito

Marcos Grilo

Abstract

The objective of this work is to propose a didactic sequence for teaching quadratic functions through the construction of a toothpick bridge. Based on the diagnosis carried out in a first-year high school class in a public school located in the city of Alagoinhas, Bahia, our proposal had as its genesis an exercise from the textbook from the Contato Matemática collection, by authors Joamir Roberto de Souza and Jaqueline da Silva Ribeiro Garcia, FTD publisher. The elaboration of the didactic sequence was based on a theoretical essay that analyzes the structure of a bridge using mathematical modeling. The research results reveal that the strategy of making a toothpick bridge contributed to the teaching and learning process of quadratic functions in the class. We evaluated the transformation of the educational practice of the Mathematics teacher who graduated from PROFMAT and realized that the program, despite being relevant in deepening mathematical content, is not immersed in a context of educational praxis.

Keywords: Didactic sequence. Quadratic function. Toothpick's bridge.

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio apontam que a Matemática possibilita estabelecer relações e interpretar fenômenos, não se restringindo à descrição da realidade e da elaboração de modelos. O modo de pensar matemático envolve processos que lhe são peculiares, como o de construção e validação de conceitos, de construção de abstrações, de conjecturas, teste de hipóteses e refinamentos de conjecturas, de procedimentos e organização de argumentos para generalizações e conclusões (BRASIL, 2000, p. 9). Contudo, é perceptível a desmotivação, demonstrada pela realidade da sala de aula, de alunos em todos os níveis (BZUNECK, 2009). Os alunos não conseguem lidar com problemas, formular conjecturas e enxergar padrões para, a partir de conceitos e argumentos, elaborar estratégias de soluções.

Segundo Tapia (2001, p. 14), “os alunos não estão motivados ou desmotivados abstratamente”, mas “em função do significado do trabalho que têm a realizar”. Percebe-se que esse sentimento de desmotivação do alunado pode mudar à medida que o professor transforma a sala de aula, intervindo com outras estratégias de ensino. Uma possibilidade é a utilização de recursos computacionais para o ensino. Sousa (2014, p. 20) aponta que a utilização do software GeoGebra permite que o aluno veja “a Matemática em pleno movimento, garantindo com isso a possibilidade de perceber a importância e a essência da Matemática”. Santana e Grilo (2019) usaram o GeoGebra para elaborar uma estratégia de ensino de ternas pitagóricas para alunos da Educação Básica baseada na ideia de movimento de um triângulo retângulo cuja hipotenusa é o raio de uma circunferência.

Outra possibilidade de estratégia de ensino envolve o uso de materiais concretos. Rodrigues e Mackedanz (2018) propõem a construção de espelhos parabólicos para o ensino de funções quadráticas, aproximando a Óptica Geométrica e o Estudo de Funções Matemáticas. Ghisleni e Battisti (2018) analisaram aulas de matemática ministradas por uma licencianda em Matemática. Os resultados encontrados pelas autoras demonstram que os estudantes conseguiram atribuir um significado do conceito de função quadrática a partir de duas atividades. Na primeira, os estudantes associaram a noção de função quadrática à ideia de área, um conceito geométrico. Na segunda, realizaram uma atividade de dobradura para construir uma parábola. Segundo Ghisleni e Battisti (2018, p. 256), “a significação que considerou o campo geométrico ampliou o nível dos sentidos produzidos acerca do referido conceito”. Uliana (2013) construiu um kit pedagógico nas aulas de Matemática para a inclusão de estudantes cegos. O acervo de conhecimento do aprendiz cego pode ser enriquecido por meio do uso de materiais concretos em sala de aula, o que possibilita “reduzir a abstração nas situações de aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos” (ULIANA, 2013, p. 599).

Geralmente, o conteúdo de funções quadráticas é trabalhado no último ano do Ensino Fundamental e no primeiro do Ensino Médio, seguindo a tradição da Matemática escolar

(ALRØ; SKOVSMOSE, 2010): conteúdo carregado de várias fórmulas (vértice, raízes, etc), seguido de exemplos e resolução de exercícios de repetição. Uma implicação disso é que os alunos, quando se interessam, apenas memorizam o conteúdo sem estabelecer aplicações no seu cotidiano. Nesse sentido, a parábola aparece dentro do estudo do gráfico de funções quadráticas, sem uma apresentação adequada de sua definição como uma cônica, suas propriedades e suas aplicações práticas.

Ao trabalhar funções quadráticas sob a tradição da Matemática Escolar em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública situada na cidade de Alagoinhas, Bahia, a autora-professora obteve resultados insatisfatórios na avaliação da aprendizagem dos alunos. Neste artigo, objetivamos propor uma estratégia de ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos. Uma das contribuições deste trabalho é o de servir de material de apoio para as aulas referentes ao ensino da função quadrática, de forma a propiciar ao próprio aluno a oportunidade de construir conceitos e desenvolver procedimentos matemáticos de várias formas. Desta forma, permite-se que o aluno compreenda o significado a partir do que ele está construindo, evitando simples memorização de conceitos técnicos.

Contexto

Nesta seção, relatamos o contexto que levou a autora-professora de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública situada na cidade de Alagoinhas, Bahia, a perceber a necessidade de outra estratégia de ensino de funções. O estudo de funções quadráticas integra o currículo de Matemática do primeiro ano do Ensino Médio. O livro adotado pela unidade escolar é o “Contato Matemática” dos autores Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva Ribeiro Garcia, publicado pela editora FTD, 2016. Inicialmente, a autora-professora explorou um exemplo presente no livro didático que faz uma associação ao salto do canguru a uma curva que ainda não é denominada de parábola. A figura do livro didático faz uma comparação entre o comprimento e a altura de um micro-ônibus e o salto de um canguru, que pode chegar a 3,3 metros de altura e 9 metros de comprimento.

Em seguida, a autora-professora explorou um segundo exemplo do livro didático que trata da área de uma horta comunitária no formato de retângulo, demonstrando assim que o aluno deve ter um conhecimento prévio do cálculo da área de figuras geométricas. Outros exemplos com abordagem geométrica foram apresentados aos alunos, como o cálculo da área do losango, de retângulos, de triângulos, de círculos, fórmula de diagonais, dentre outros. O livro didático de Souza e Garcia (2016) apresenta o conceito de função quadrática acompanhado de muitos exercícios. Em seguida, o livro trata da construção do gráfico da função quadrática retomando a ilustração sobre o salto do canguru. O livro didático aborda o significado dos coeficientes a , b e c , através de explicações por meio de gráficos. Os zeros da função quadrática e o vértice da parábola são apresentados em seções específicas. Na

sequência, o livro didático associa o vértice da parábola com o ponto de máximo (ou de mínimo) de uma função quadrática, encerrando o conteúdo com o estudo do sinal.

A autora-professora prosseguiu com aulas teóricas expositivas sobre funções quadráticas, dando ênfase aos conhecimentos prévios dos alunos sobre equações do segundo grau, estudada em anos anteriores, iniciando com uma revisão do estudo e do cálculo das raízes de uma equação do segundo grau. Muitas das questões contextualizadas foram retiradas do próprio livro texto adotado pela unidade escolar. Dando prosseguimento, a autora-professora aplicou uma atividade avaliativa parcial, na qual exigiu-se dos alunos o reconhecimento de uma função quadrática e a identificação de suas características específicas, a exemplo do vértice da parábola e os zeros da função, conforme mostra a Tabela 1:

Tabela 1: Atividade avaliativa parcial

Teste de Matemática - III unidade

1. Em cada um dos itens abaixo, determine o vértice da função dada.
 - a) $f(x) = x^2 + 8x + 9$
 - b) $f(x) = 9 - x^2$
 - c) $f(x) = 9x - x^2$
2. Quantos zeros possui cada uma das funções abaixo?
 - a) $f(x) = x^2 + 4$
 - b) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
 - c) $f(x) = -x^2 + 4x + 4$
3. (ANGLO) Qual o valor de m para que a parábola definida por $y = x^2 + mx + 9$ possui um único zero?
 - a) $m = 6$ ou $m = -6$
 - b) $-6 \leq m \leq 6$
 - c) $m \leq 6$
 - d) $-6 < m < 6$
 - e) $m \geq 6$
4. (GV) A função f de R em R , dada por $f(x) = ax^2 - 4x + a$ tem um valor mínimo e admite dois zeros reais e iguais. Nessas condições $f(-2)$ é igual a:
 - a) 4
 - b) 2
 - c) 0
 - d) $-\frac{1}{2}$
 - e) -2
5. Dada a função definida por $f(x) = (2x - 1)(3 - x)$, calcule:
 - a) $f(0)$
 - b) $f(1)$
 - c) $f(-2)$
 - d) $f(-1)$


Fonte: Os autores.

Após a aplicação da atividade avaliativa, a autora-professora percebeu que muitos alunos ainda não conseguiam fazer uma interlocução entre os conhecimentos da equação do segundo grau com funções quadráticas. Muitos alunos não conseguiram interpretar o enunciado das questões 3 e 4, as quais esperava-se serem respondidas a partir de conhecimentos prévios e do que foi explicado nas aulas teóricas expositivas. Diante da dificuldade relatada pelos alunos na resolução das questões, a autora-professora compreendeu que a turma necessitava de outra estratégia de ensino de funções quadráticas. A Figura 1

mostra um dos exercícios presentes no livro didático. A atividade trata do gráfico de uma função quadrática contextualizada em uma estrutura de uma ponte. Desta forma, a autora-professora idealizou a construção de uma sequência de atividades que envolveu a utilização de material manipulável confeccionado pelos próprios alunos.

Figura 1: Atividade do livro didático

[...] Algumas pontes, por exemplo, apresentam em sua estrutura um arco em forma de parábola. Observe o esquema de uma ponte sobre o rio cujo arco lembra a uma parábola.



Esse arco pode ser representado matematicamente pela função $y = -0,0021x^2 + 1,0563x$, na qual y representa a distância em linha reta a partir de uma extremidade do arco no nível do rio, ambos expressos em metros.

- Supondo que uma pessoa escale a ponte representada no esquema, qual será a maior altura que ela poderá atingir, em relação ao nível do rio?
- Qual é a distância entre as extremidades do arco formado pela ponte, representada no esquema, no nível do rio?

Fonte: Souza e Garcia, 2016, p. 123.

Como pode-se notar, a questão da Figura 1 aborda a construção de uma ponte cuja estrutura é um arco em forma de parábola. Para a construção de gráficos de funções quadráticas, a autora-professora recorreu à abordagem de construção a partir da união de pontos. Assim, foi solicitado que os alunos levassem para a sala de aula papel milimetrado no qual foi confeccionado dois exemplos distintos de gráficos: um com concavidade para cima e outro com concavidade para baixo, dando-se ênfase ao valor numérico do coeficiente a . Em seguida, a autora-professora solicitou aos alunos que realizassem uma pesquisa com o intuito de que pudessem perceber outras pontes no Brasil e no mundo que continham a mesma característica. Com a pesquisa dos alunos em mãos, a professora deslocou a turma para a sala de multimídia localizada na unidade escolar. A autora-professora organizou uma apresentação em que pôde mostrar fotos de diversas pontes localizadas no Brasil e no mundo que possuíam em sua estrutura um desenho que se aproxima de uma parábola. A autora-professora mostrou para os alunos uma descrição detalhada da ponte sobre o rio Iguaçu na cidade União da Vitória, PR, destacada do artigo de Gaebler e Veronez (2010), o qual contém parâmetros específicos da parábola já estudados previamente pela turma. Esses elementos favoreceram a implementação do projeto de construção de ponte de palitos conforme detalharemos na próxima seção.

Proposta de sequência didática: construção da ponte de palitos

A nossa proposta é fruto do trabalho realizado pela autora-professora em doze aulas, com duração de 50 minutos cada aula e da formação matemática adquirida no Mestrado

Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT¹. A escolha da turma deu-se pelo fato de a autora-professora ter percebido a dificuldade dos alunos na aprendizagem do conteúdo funções quadráticas. A turma possuía disposição para a realização de atividades que rompiam com a tradição da Matemática Escolar. As aulas foram ministradas durante o mês de setembro, no ano de 2018, no turno matutino.

Uma sequência didática, segundo Zabala (1998, p. 18), é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Conforme Zabala (1998, p. 64-66), uma sequência didática consiste de conhecimentos prévios, significância, desenvolvimento, conflito cognitivo, autoestima e aprender a aprender. Zabala (1998, p. 54) afirma que “a opção da sequência se justifica se, levamos em conta a importância da definição dos conteúdos de aprendizagem e o papel das atividades que se propõem”. Sendo assim, o importante é que se perceba que os alunos envolvidos “saibam fazer” a análise e a resolução de problemas sobre funções quadráticas compreendendo a construção de ponte de palitos, sendo capazes de “saber” cada conceito associado ao conteúdo.

A nossa proposta está organizada em seis etapas: 1) aulas teórico-explanatórias; 2) construção de gráficos de funções quadráticas; 3) modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas; 4) construção da maquete de ponte de palitos; 5) verificações teóricas da função quadrática escolhida; 6) socialização das maquetes construídas. Baseado em Zabala (1998), elaboramos tabelas para cada uma das etapas descritas acima, abordando aspectos relacionados aos conhecimentos prévios, à significância, ao desenvolvimento, ao conflito cognitivo, à autoestima e ao aprender a aprender. Os planos de aula foram elaborados a partir da análise e de reflexões da aplicação da atividade de construção de ponte de palitos na unidade escolar.

A Tabela 2 traz os planos de ensino das aulas teórico-explanatórias 01 e 02, que compõem a **primeira etapa**, na qual o professor dará ênfase ao reconhecimento e representação de uma função quadrática. Nesta etapa, deve-se revisar os elementos da parábola que são necessários para a construção do seu gráfico. É importante destacar que os alunos já haviam estudado equação de segundo grau no 9º Ano do Ensino Fundamental.

¹ O PROFMAT é um programa de pós-graduação em Matemática que oferece cursos em Rede Nacional, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

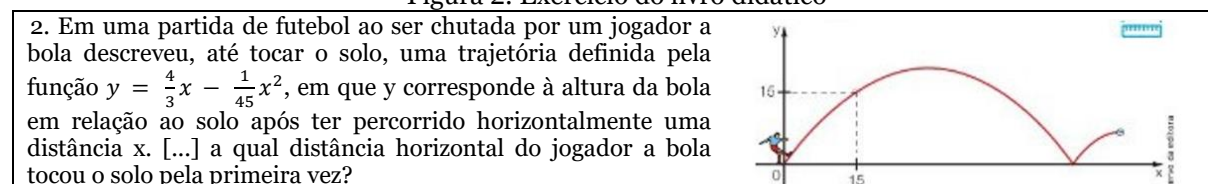
Tabela 2: Aulas 01 e 02

AULA 01	
Carga horária: 50 minutos	
Objetivos: Reconhecer e representar uma função quadrática;	
Conteúdo: Função Quadrática	
Metodologia: Nessa aula, o professor por meio de uma aula explanatória, mostra aos discentes que toda função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$ é uma função quadrática. Para tanto, o professor apresentará alguns exemplos nos quais os alunos deverão escrever a função na forma geral, reconhecendo os coeficientes a , b e c .	
Recursos: Exemplos do livro didático	
Avaliação: Participação do aluno	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.	
AULA 02	
Carga horária: 50 minutos	
Objetivos: Identificar os coeficientes de uma função quadrática; Estudar a resolução de equações de segundo grau através de exemplos do cotidiano;	
Conteúdo: Função Quadrática	
Metodologia: Dando continuidade à explanação da Aula 01, o professor recorrerá a exercícios baseados em situações no cotidiano como, por exemplo, plantação de hortaliças, cálculo da área da sala de aula, trajetória da bola em uma cobrança de pênalti, dentre outros. Tais exercícios devem envolver conceitos anteriormente estudados, como a equação do segundo grau. Assim, os discentes poderão reconhecer e identificar os coeficientes de uma equação do segundo grau, estudando a resolução dessas equações por meio do cálculo do discriminante utilizando a fórmula de Bhaskara.	
Recursos: Exemplos do livro didático	
Avaliação: Participação do aluno	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.	

Fonte: Os autores.

Os exemplos aplicados em sala de aula para o estudo do conteúdo foram retirados do livro didático de Souza e Garcia (2016), adotado pela instituição de ensino no ano letivo de 2018. A autora-professora pôde notar que o livro didático enfatiza conhecimentos geométricos atrelados aos de conteúdos algébricos. A Figura 2 apresenta um exercício sobre função quadrática de forma contextualizada. É importante que os professores explorem a geometria com mais ênfase, principalmente pelo fato de ser possível a utilização de ilustrações, situações do cotidiano ou até mesmo visualizações de fácil entendimento e compreensão do alunado.

Figura 2: Exercício do livro didático



Fonte: Souza e Garcia, 2016, p. 118.

Esse tipo de questão explora situações de aprendizagem que levam o estudante a resolver problemas de localização e deslocamento de pontos no espaço, estimulando a comparação de distâncias. Após a apresentação de outros exemplos contextualizados encontrados no livro didático, passamos para a **segunda etapa**, construção de gráficos de função quadrática. A autora-professora dividiu a turma em equipes de no máximo quatro alunos, para que tentassem resolver questões sobre construção de gráficos. Conforme mostra a Tabela 3, o professor pode dedicar duas aulas para o estudo de gráficos de funções quadráticas.

Tabela 3: Aulas 03 e 04

AULA 03	
Carga horária: 50 minutos	
Objetivos: Localizar e reconhecer os pontos no plano cartesiano;	
Conteúdo: Gráfico da Função Quadrática	
Metodologia: Nessa aula, o professor iniciara à confecção no papel milimetrado do gráfico da função quadrática com a construção de uma tabela. Nesta tabela, se atribuirá alguns valores reais para x , os quais foram substituídos na fórmula geral da função dada para determinar os pares (x, y) .	
Recursos: Papel milimetrado	
Avaliação: Confecção do gráfico	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.	
AULA 04	
Carga horária: 50 minutos	
Objetivos: Estudar o vértice do gráfico da função quadrática	
Conteúdo: Elementos do gráfico da Função Quadrática	
Metodologia: Nessa seção do livro didático, o autor traz conceitos como coordenadas, distância entre dois pontos e média aritmética a fim de determinar as coordenadas do vértice da parábola. O professor pode mostrar que é possível calcular algebricamente as coordenadas do vértice, ponto no qual a parábola muda de comportamento, isto é, de crescente para decrescente ou vice-versa. Contudo, o professor pode optar apenas pela apresentação da fórmula acompanhada de algumas aplicações. O professor deve ressaltar para os alunos que no livro didático, encontra-se uma demonstração que determina as coordenadas do vértice da parábola. É importante ressaltar que essas fórmulas podem ser melhor entendidas a partir da noção de simetria, caso já seja conhecida pelos alunos.	
Recursos: Livro didático; Marcador de quadro branco; Quadro branco; Material do aluno	
Avaliação: Resolução de atividades em equipe; Cálculo das coordenadas do vértice; Localização correta do vértice nas diferentes parábolas.	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.	

Fonte: Os autores.

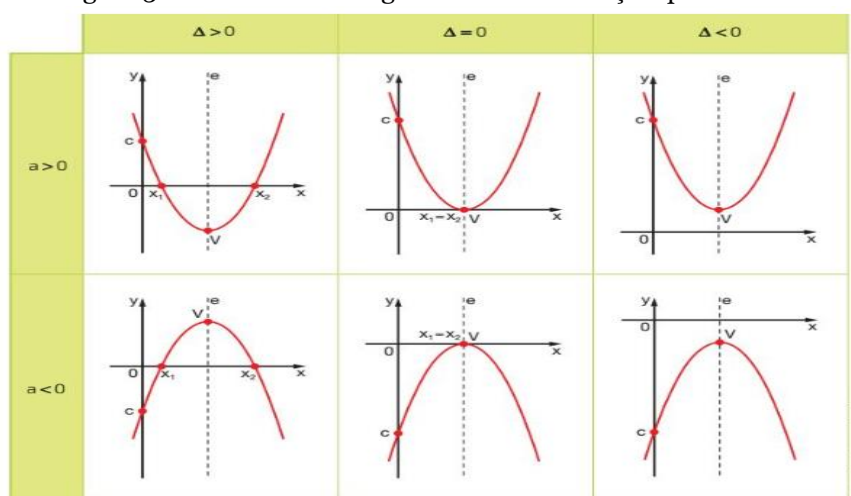
A autora-professora propôs a seguinte atividade: “Dada a função $f(x) = -x^2 + x + 6$, preencha a tabela para determinar os pares (x, y) ”. Os alunos localizaram esses pontos no plano cartesiano e, com a ajuda da professora, perceberam que o conjunto de todos os pontos (x, y) , com x real e $y = -x^2 + x + 6$, pertencem ao gráfico da função $f(x) = -x^2 + x + 6$. A professora conduziu a atividade de maneira que os estudantes enxergassem que o gráfico da função $f(x) = -x^2 + x + 6$ é representado pela parábola.

A autora-professora pôde perceber que a construção de gráficos a partir de pontos no plano cartesiano é uma abordagem utilizada principalmente pelos livros didáticos. A experiência da autora-professora no PROFMAT fez com que ela percebesse que a construção

do gráfico de uma função quadrática na Educação Básica é estabelecida através de um axioma: “O gráfico de uma função quadrática é uma parábola”. Os alunos são “induzidos” a ligarem pontos no plano cartesiano que satisfazem uma função quadrática, gerando uma curva a qual a turma toma conhecimento de que é denominada de parábola. Nem sempre há a preocupação de se discutir outras questões como o domínio da função, a escolha dos pontos, dentre outros. Leva-se em consideração três aspectos principais: 1) as raízes da equação do segundo grau associada à função quadrática, ou seja, os zeros da função quadrática; 2) o vértice da parábola; 3) o sinal do coeficiente a .

Para o cálculo dos zeros de uma função quadrática, o livro didático faz uma correlação com a fórmula resolvente de uma equação do segundo grau: “Para determinar os zeros de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, fazemos $f(x) = 0$ e resolvemos a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ ” (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 115). O livro didático apresenta para o aluno uma tabela ilustrativa, conforme mostra a Figura 3, que sintetiza para o estudante as possibilidades de um gráfico de uma função quadrática de forma mnemônica, ou seja, uma técnica para auxiliar no processo de memorização. Em seguida, os alunos foram desafiados a confeccionar sozinhos gráficos de outras funções, a partir da atividade proposta para a turma, conforme mostra a Figura 4.

Figura 3: Possibilidades de gráficos de uma função quadrática



Fonte: Souza e Garcia, 2016, p. 118.

Figura 4: Atividade para a construção de gráficos

1. Construa os gráficos das funções definidas por:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

b) $f(x) = -x^2 - 4x + 4$

Fonte: Os autores.

Para a realização da atividade descrita na Figura 4, a autora-professora solicitou que os gráficos fossem confeccionados em papel milimetrado, na posição horizontal, para que os alunos pudessem perceber o comportamento da parábola quando o coeficiente a da função

quadrática possui valor numérico positivo ou negativo. Para tanto, foi solicitado pela autora-professora que os alunos consultassem a tabela da Figura 3, apresentada pelo livro didático. A intenção é que a turma possa identificar o traçado do gráfico levando em consideração os valores do discriminante, do coeficiente a , dos zeros e das coordenadas do vértice.

Os gráficos foram confeccionados a partir de uma tabela de pontos da parábola em questão no plano cartesiano. Os pontos foram identificados no plano cartesiano e, em seguida, a professora pediu aos alunos que efetuassem uma verificação a partir das fórmulas anteriormente demonstradas na sala de aula. Levando em consideração a dinâmica da aula, a autora-professora optou em não apresentar a demonstração formal das fórmulas das coordenadas do vértice, apesar de constar no livro didático. Com o auxílio dos gráficos construídos pelos próprios alunos, a professora demonstrou quando um valor de uma função quadrática pode ser classificado como valor máximo ou valor mínimo. A professora observou para a turma que o livro didático (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 124) traz ambas as definições.

Após analisar todos os parâmetros presentes no livro didático para a construção e análise de uma função quadrática, a autora-professora notou que o assunto não deveria ser abordado somente sob a tradição da Matemática escolar (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Deveria se buscar uma estratégia de ensino que despertasse no aluno uma melhor compreensão desse tópico, tanto do ponto de vista da maturidade matemática quanto de implicações diretas no nosso cotidiano. O intuito primordial é de transformar o conteúdo “funções quadráticas” mais interessante e divertido de aprender, sem a recorrência da mera memorização de fórmulas.

Passando para a terceira etapa, modelagem de estruturas de pontes por meio de funções quadráticas, a autora-professora comentou com a turma que funções quadráticas podem ser utilizadas na construção civil, citando como exemplo a construção de pontes. Retornando ao exercício 40, p. 123, do livro didático (ver Figura 1), pode-se explorar conceitos como altura máxima (valor máximo), distância entre as extremidades do arco (zeros), análise do coeficiente a ($a < 0$), análise do valor do discriminante ($\Delta > 0$).

Gaebler e Veronez (2010) propuseram uma atividade de modelagem matemática para uma ponte sobre o rio Iguaçu, na cidade de União da Vitória no Paraná, conforme mostra a Figura 8. A estrutura da ponte foi modelada por Gaebler e Veronez (2010) por meio de uma função quadrática. Para tanto, a partir de dados obtidos da análise da foto, os autores representam a ponte no plano cartesiano, conforme mostra a Figura 5. Os dados obtidos pelos autores para a modelagem matemática da ponte sobre o rio Iguaçu estão descritos na Tabela 1 da Figura 5.

Figura 5: Ponte sobre rio Iguaçu, União da Vitória, PR e representação da ponte no plano cartesiano

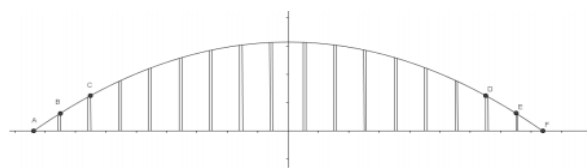


Tabela 1: Representação dos pontos no plano cartesiano

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
A	-41, 585	0
B	-37, 485	2, 95
C	-32, 465	5, 81
D	32, 465	5, 81
E	37, 485	2,95
F	41, 585	0

Fonte: Gaebler e Veronez, 2010, p. 5 e 7

Gaebler e Veronez (2010) tomaram como hipótese de que o arco da ponte é o desenho de uma parábola. Desta forma, os autores inseriram o desenho desse arco em um plano cartesiano, conforme Figura 5, onde os dados da Tabela 1 na Figura 5 foram considerados como pontos de uma função quadrática. Logo, o modelo matemático que foi empregado para a construção desses arcos foi o de uma função quadrática. Gaebler e Veronez (2010) destacaram as características da ponte que são enxergadas em uma função quadrática como a altura do arco (vértice da parábola), o comprimento do vão da ponte (distância entre os zeros da função quadrática) e a simetria da estrutura da ponte (eixo de simetria).

Baseando-se no trabalho de Gaebler e Veronez (2010), a autora-professora preparou uma apresentação para a turma com exemplos de pontes nas quais seria possível aproximar o desenho de sua estrutura a uma parábola. Ao final desta aula, os alunos foram incentivados a pesquisar outras pontes que poderiam ser representadas por funções quadráticas, como a Ponte Rakotzbrücke em Berlim, conhecida como Ponte do Diabo. As Tabelas 4 e 5 apresentam a nossa proposta de planos para as aulas 05, 06, 07 e 08, que objetiva introduzir o estudo de pontes por meio de modelagem por funções quadráticas.

AULAS 05 e 06	
Carga horária: 100 minutos	
Objetivos: Introduzir o estudo das pontes; Apresentar desenhos de pontes;	
Conteúdo: Pontes em forma de arco	
Metodologia: Após quatro aulas teóricas, o professor deve iniciar a explanação abordando o assunto funções quadráticas no cotidiano, intervindo assim em questões do tipo: “Em qual situação do cotidiano utiliza-se os conhecimentos adquiridos referentes à função quadrática?”. O professor poderá obter por parte dos alunos respostas como “jogo de futebol, antena parabólica, salto do canguru, pontes em forma de arco, etc”. O professor mostrará para os alunos imagens de pontes em forma de arco ao redor do Brasil e do mundo, destacando características como, por exemplo, altura, largura, localização e arquitetura. Em seguida, mostra-se a análise detalhada da ponte sobre o rio Iguaçu, na cidade de União da Vitória, PR, baseando-se na análise feita por Gaebler e Veronez (2010). O professor pode seguir os passos da análise de Gaebler e Veronez (2010), mostrando com fórmulas e figuras, relações entre a função quadrática e a estrutura da ponte, localizando vértice, zeros, valor máximo. Por meio da modelagem, o professor já deve apontar que é possível obter uma lei da função que descreve o arco da ponte, estimulando os alunos a confeccionarem maquetes de pontes de arco.	
Recursos: Data show; Material do aluno;	
Avaliação: Analisar a disponibilidade do aluno em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016. GAEBLER, Robson, VERONEZ, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.	

Fonte: Os autores.

Tabela 5: Aulas 07 e 08

AULAS 07 e 08	
Carga horária: 100 minutos	
Objetivos: Introduzir o estudo das pontes; Esboçar a lei da função quadrática que caracterizará o arco da ponte;	
Conteúdo: Lei da função quadrática; Cálculo dos elementos que caracterizam a função quadrática	
Metodologia: Dando continuidade às aulas anteriores, o professor lançará uma atividade na qual os alunos, reunidos em equipe e com o auxílio do livro didático, selecionarão alguns exemplos de funções quadráticas. Em seguida, os alunos calcularão/identificarão elementos anteriormente estudados em sala de aula como, por exemplo, coeficientes, discriminante, zeros e coordenadas do vértice. O professor deve criar um ambiente de reflexão e de discussão, estimulando os alunos a conjecturarem como poderia ser feito a comparação da função quadrática escolhida com a figura de uma determinada ponte. Após a escolha da função, os alunos deverão fazer esboços dos gráficos dessas funções escolhidas. Em seguida, com a ajuda do professor, os alunos deverão pesquisar exemplos de arcos de pontes que poderiam ser modeladas por uma função quadrática	
Recursos: Piloto; Quadro branco; Livro Didático; Material do aluno;	
Avaliação: Resolução da atividade	
Referências: JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016. GAEBLER, Robson, VERONEZ, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.	

Fonte: Os autores.

Na **quarta etapa**, temos a construção da maquete de ponte de palitos pelos próprios alunos. Na Tabela 6 apresentamos a nossa proposta de plano para as aulas 09 e 10, cujo

objetivo é a construção da ponte de palitos. A **quinta etapa**, verificações teóricas da função quadrática escolhida, pode ser realizada na aula 11, conforme mostra a Tabela 6.

Tabela 6. Aulas 09, 10 e 11

AULAS 09 e 10	
Carga horária:	100 minutos
Objetivos:	Construção da ponte de palitos
Conteúdo:	Pontes em forma de arco
Metodologia:	Essa aula é destinada à construção das maquetes. Com o auxílio do professor e com a sala dividida em equipes, os alunos poderão confeccionar suas respectivas maquetes de acordo com a função quadrática escolhida na aula anterior. Assim, com o professor em sala de aula, os alunos poderão dirimir dúvidas sobre a estrutura e identificação dos elementos das parábolas presente em cada maquete
Recursos:	Palitos; Isopor; Cola quente; Material do aluno;
Avaliação:	Analisar a disponibilidade dos alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em pratica o que foi visto em sala de aula
Referências:	JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016. GAEBLER, Robson, VERONEZ, Michele Regiane Dias, Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte, IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá, 2010.
AULAS 11	
Carga horária:	50 minutos
Objetivos:	Realizar verificações teóricas da função quadrática escolhida;
Conteúdo:	Função Quadrática
Metodologia:	Nessa aula o professor observará se o aluno conseguiu construir o gráfico da função de forma correta e se o esboço assemelha-se ao contorno do arco da ponte escolhida pela equipe. Para dirimir as dúvidas que poderão surgir no processo, o professor deve fazer o gráfico no quadro, para que os alunos acompanhem melhor a construção e façam corretamente as devidas verificações
Recursos:	Material do aluno;
Avaliação:	Analisar a disponibilidade dos alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em pratica o que foi visto em sala de aula
Referências:	JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

Fonte: Os autores.

A maquete da ponte de palitos foi confeccionada pelos alunos que atuaram como agentes ativos de sua aprendizagem. A autora-professora atuou como uma mediadora pedagógica. A turma foi dividida em equipes de no máximo cinco alunos. De posse de fotos de pontes que foram solicitadas anteriormente pela autora-professora, os alunos foram estimulados a identificarem o formato da parábola, seu valor máximo ou mínimo, suas intersecções com o eixo das abcissas e com o eixo das ordenadas, o sinal do discriminante e o sinal do coeficiente a.

Com a mediação da professora, cada equipe foi instruída a determinar uma possível função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ para cada ponte escolhida. Em seguida, os

alunos calcularam pontos específicos para, então, procederem à confecção de cada ponte escolhida com palitos. Após cada equipe mostrar à autora-professora a função quadrática escolhida para modelar a ponte escolhida, foram realizados os cálculos referentes a elementos de uma função quadrática estudados na sala de aula. O plano da última aula é apresentado na Tabela 7.

Tabela 7: Aula 12

AULAS 12	
Carga horária:	50 minutos
Objetivos:	Socializar as maquetes de pontes de palitos;
Conteúdo:	Maquetes de pontes de palitos em forma de arco;
Metodologia:	Nessa aula, as equipes socializarão para a turma suas maquetes, frisando principalmente os elementos da função quadrática presentes.
Recursos:	Maquete da ponte de palitos;
Avaliação:	Analisar a disponibilidade dos alunos em realizar o exercício proposto e a possibilidade de colocar em prática o que foi visto em sala de aula
Referências:	JOAMIR, Roberto de S., GARCIA, Jaqueline da Silva Ribeiro, Contato Matemática, Primeiro ano, 1ª edição, São Paulo: FTD, 2016.

Fonte: Os autores.

Nesta **sexta etapa**, após o final da construção da maquete e das devidas verificações, as equipes socializaram as suas pontes. Cada equipe apresentou para os demais alunos da turma as suas maquetes, explicando principalmente os elementos da função quadrática utilizados na sua construção.

Algumas reflexões

Neste tipo de atividade, a problematização, a observação, a reflexão, a resolução e a materialização de um problema oportuniza ao aluno a percepção da evolução de seu próprio aprendizado. Na confecção da ponte, o próprio aluno identificou elementos de uma função quadrática explicados nas aulas teóricas, visualizando de forma palpável algumas características da parábola. Outro aspecto que reforçou o desejo de propor a construção de ponte de palitos foi a possibilidade de buscar respostas significativas para indagações básicas e repetitivas que os alunos sempre apresentam na introdução de cada assunto matemático como, por exemplo, “Por que estudar isso?”, “Onde vou aplicar esse assunto no dia a dia?”.

Após a realização de todas as etapas da atividade foi percebido que os alunos conseguiram assimilar o conteúdo, identificando todos os elementos importantes presentes em uma parábola. Os alunos conseguiram reconhecer em uma maquete de ponte de palitos, conforme ilustra a Figura 6, um conteúdo matemático anteriormente considerado difícil pela turma. Percebemos que o sucesso em um processo de construção do conhecimento matemático

depende, dentre outras coisas, de uma tendência motivacional que prevalece entre os alunos: a percepção do conteúdo matemático no cotidiano.

Figura 6: Maquetes de pontes feitas de palitos

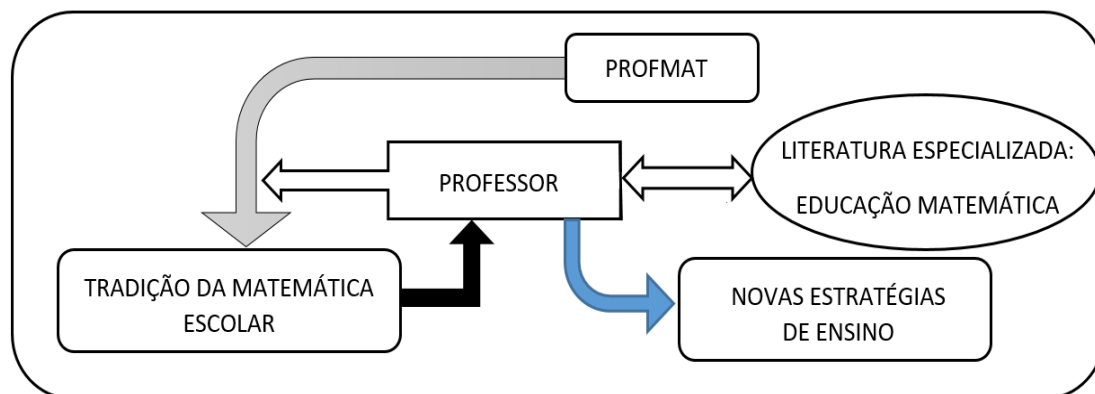


Fonte: Os autores.

A opção pela construção de ponte de palitos contribuiu para a elaboração de uma estratégia de ensino de função quadrática que difere da tradição da Matemática Escolar (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Neste aspecto, é importante ressaltarmos a importância do PROFMAT no aprofundamento de conhecimentos teórico-matemáticos ao mesmo tempo em que demarcam a distância do programa com o contexto da sala de aula da Educação Básica.

Em seu regimento geral, o PROFMAT estabelece que tem como “objetivo proporcionar formação matemática aprofundada e relevante ao exercício da docência na Educação Básica, visando dar ao egresso a qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática” (SBM, 2016, p. 1). A concepção do exercício da profissão de professor de Matemática do PROFMAT está fortemente atrelada à tradição da Matemática Escolar (CALDATTO; PAVANELLO; FIORENTINI, 2016; CALDATTO; FIORENTINI; PAVANELLO, 2018; SANTANA; GRILO; BARBOSA, 2020; CALDATTO; MARTINS; YANEZ, 2023), conforme ilustramos na seta cinza da Figura 7.

Figura 7: Transformação da prática educativa do professor de Matemática egresso do PROFMAT



Fonte: Os autores.

A seta preta indica que a tradição da Matemática Escolar é reforçada pelo PROFMAT na prática do professor de Matemática. Contudo, o professor de Matemática deve ter a percepção clara de que diversos fatores interferem decisivamente em sua sala de aula. O contexto da sala de aula, em que os alunos não apresentam maturidade matemática suficiente para serem abordados com a estratégia de ensino ofertada pelo PROFMAT, deve fazer com que o professor de Matemática busque novas diretrizes e estratégias de ensino, baseados tanto em sua própria prática pedagógica como fundamentada em uma literatura especializada, conforme ilustram, respectivamente, a seta azul e a seta branca da Figura 7.

Desta forma, o que estamos argumentando, considerando a experiência vivenciada pela autora-professora enquanto estudante do PROFMAT é que o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos adquiridos no decorrer do curso é extremamente relevante para o professor de Matemática. Mas, a formação no PROFMAT deveria estar fortemente atrelada à prática educativa do professor de Matemática em sala de aula. Possíveis transformações da formação matemática oferecida pelo PROFMAT deveriam ser estimuladas a partir da recorrência da literatura especializada na Educação Matemática, a fim de que se tenha reflexos significativos na prática educativa do professor de Matemática.

Considerações Finais

Os conceitos, resoluções e análise do assunto função quadrática não é algo inicialmente de fácil visualização e entendimento para o aluno, principalmente, caso se faça opção pela memorização de fórmulas. Torna-se imprescindível uma abordagem de ensino, por parte do professor, que facilite o entendimento do aluno. Assim, ensinar Matemática com o auxílio de materiais concretos confeccionados pelos próprios alunos, tornando-os parte ativa na busca por conhecimento, constitui-se uma estratégia de aprendizagem importante.

No processo de aprendizagem, deve-se dar sentido ao que o estudante está aprendendo, a partir de situações de suas próprias vivências. No decorrer das atividades, os estudantes declararam que a forma como o conteúdo foi desenvolvido, por meio da construção de ponte de palitos, auxiliou a compreensão dos conceitos envolvidos na análise dos gráficos da função quadrática. Assim, a aplicação da proposta desta pesquisa mostrou-se desafiadora, pois os estudantes não estavam estimulados a pensar matematicamente e sim, a memorizar uma série de fórmulas e técnicas. Os alunos não estavam preparados para responderem perguntas sobre funções quadráticas, demonstrando apatia pelo conteúdo matemático.

O objetivo principal deste trabalho foi o de elaborar uma estratégia de ensino de funções quadráticas por meio da construção de ponte de palitos. A estratégia demonstrou-se satisfatória no decorrer da execução dessa proposta, nos resultados da avaliação de atividades e nas questões respondidas ao longo do processo. Durante a construção da ponte, na apresentação em sala de aula e na “Mostra de Matemática” que ocorreu no colégio, percebemos

entusiasmo e satisfação dos alunos ao conseguirem relacionar o conteúdo matemático com situações do cotidiano.

Levando em consideração a busca constante dessa nova estratégia de ensino na prática educativa, torna-se necessário que o professor rompa com paradigmas tradicionais e se alie a uma prática reflexiva e crítica. A busca do professor a novas estratégias de ensino deve ter o diálogo com os alunos como alicerce, para que a atividade do docente transcenda o ensinar e se torne uma aprendizagem significativa para si e para a turma.

Por fim, não enxergamos a formação continuada do docente no PROFMAT em um contexto de prática educativa bem como reconhecemos a importância do programa no aprofundamento de conteúdos matemáticos. Partimos do pressuposto que o ensino associado à aprendizagem são alicerces para que a formação docente seja significativa, com reflexões à sua prática na sala de aula. Percebemos também que através da mediação do professor na sala de aula, é possível tornar a construção do conhecimento matemático pelo aluno robusto, favorecendo o exercício de sua criticidade e habilidade de abstração. Por meio da socialização em sala de aula, o professor consegue dar sentido à sua formação continuada e à sua profissão, pois é neste momento que pode-se verificar que a aprendizagem foi significativa.

Referências

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- BRASIL. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Parâmetros curriculares para o ensino Médio (PCNEM). Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMT, 2000.
- BZUNECK, J. A. **A motivação do aluno**: aspectos introdutórios. In: BORUCHOVITCH, E.; BZUNECK, J. A. (Org.). **Motivação do aluno**: contribuições da psicologia contemporânea. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.
- CALDATTO, M. E.; PAVANELLO, R. M.; FIORENTINI, D. **O profmat e a formação do professor de matemática**: uma análise curricular a partir de uma perspectiva processual e descentralizadora. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, p. 906–925, 2016.
- CALDATTO, M. E.; FIORENTINI, D.; PAVANELLO, R. M. Uma análise do projeto de formação profissional de professores privilegiada pelo profmat. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, v. 26, n. 2, p. 260–281, 2018.
- CALDATTO, M. E.; MARTINS, C. A. R.; YANEZ, J. C. Os exames de qualificação realizados no mestrado profissional em matemática em rede nacional. **Educação e Pesquisa**, v. 49, n. contínuo, p. e249650, 2023.

- GAEBLER, R.; VERONEZ, M. R. D. Modelagem Matemática na análise da estrutura de uma ponte. In: **IV EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, v.4, p. 1-11, Maringá, 2010.
- GHISLENI, L. de P.; BATTISTI, I. K. A Significação do Conceito Função Quadrática por Estudantes do 1º Ano do Ensino Médio: Uma Abordagem Histórico-Cultural. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 11, n 1, p. 237-259, mai. 2018.
- RODRIGUES, M. A. T.; MACKEDANZ, L. F. Produção de espelhos parabólicos e construção do conceito de função polinomial do 2º grau. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, n.1, 2018.
- SANTANA, C. O.; GRILO, M. Uma reflexão sobre a tradição da Matemática Escolar e o uso do GeoGebra no ensino de ternas pitagóricas na Educação Básica. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 3-17, 2019.
- SANTANA, F. C. d. M.; GRILO, J. d. S. P.; BARBOSA, J. C. O formador e as tensões entre os textos movidos da matemática escolar e o discurso pedagógico do profmat. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 13, n. 2, p. 222–229, 2020.
- SBM, **Regimento Geral do PROFMAT**. SBM: Rio de Janeiro, 2016.
- SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva Ribeiro, **Contato Matemática**, Primeiro ano, Primeira edição. São Paulo: FTD, 2016.
- SOUSA, R. M. **O uso do GeoGebra no ensino de função quadrática**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, PA.
- TAPIA ALONSO, Jesus; FITA, Enrique Caturla. **A motivação em sala de aula: o que é, como se faz**. São Paulo: Edições Loyola, 11ª edição, Tradução: Sandra Garcia, 2001
- ULIANA, M. R. Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática: a construção de um kit pedagógico. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.27, n.46, p. 597-612, ago 2013.
- ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

Biografia Resumida

Lilliane Araújo Lima Brito: Professora da Secretaria de Educação do Estado da Bahia.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1754997254863158>

Contato: araujolilliane@gmail.com

Marcos Grilo: Professor do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2105015661240571>

Contato: grilo@uefs.br