

O ensino de matemática através da Resolução de Problemas: uma proposta metodológica para a aprendizagem de equação polinomial do 1º grau com uma incógnita

Manoel dos Santos Costa 

Ana Célia de Jesus Martins 

Érica Marlúcia Leite Pagani 

Célia Barros Nunes 

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo verificar de que maneira a Resolução de Problemas pode contribuir para a construção da aprendizagem de equação polinomial do primeiro grau com uma incógnita e analisar as resoluções acerca dos problemas que subsidiaram ações didático-pedagógicas aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizamos uma pesquisa de natureza qualitativa com 35 alunos de uma escola da rede pública estadual, localizada em São Luís / MA. Os dados foram coletados no 2º semestre de 2021, durante as aulas de Matemática realizadas de forma remota, devido ao afastamento dos alunos das salas de aula, em razão do momento pandêmico da COVID-19. Os resultados mostram que a maioria dos alunos recorreram aos conhecimentos prévios, utilizando procedimentos aritméticos para resolver os problemas. Além disso, apesar das dificuldades em representar em linguagem algébrica o enunciado do problema, os estudantes conseguiram perceber que seus conhecimentos em relação a esse objeto de conhecimento estavam em construção. Dessa forma, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas possibilitou aos alunos momentos de discussão durante a apresentação das resoluções dos problemas estudados. O desenvolvimento do trabalho da professora, de forma remota, oportunizou a participação dos alunos no processo de resolução de problemas e, dessa forma, permitiu que (re) construíssem aprendizagens sobre equações polinomiais do 1º grau.

Palavras-chave: Educação Matemática; Ensino Fundamental; Equação Polinomial do Primeiro Grau; Resolução de Problemas.

MATHEMATICS TEACHING THROUGH PROBLEM SOLVING: a methodological proposition for learning polynomial equation of first degree with one unknown factor

Manoel dos Santos Costa

Ana Célia de Jesus Martins

Érica Marlúcia Leite Pagani

Célia Barros Nunes

Abstract

The purpose of the present work is to verify in what way Problem Solving can contribute to build learning of polynomial equation of first degree with one unknown factor and to analyse the solutions of the problems that subsidized didactic-pedagogical actions to Elementary School seventh grade students. To achieve this, we conducted a qualitative nature research with 35 students of a state public school located in São Luís/MA. The data were collected in the second semester of 2021, during Mathematics classes, held online due to students' absence from school during the course of Covid-19 pandemic. Results show that most students reached for their previous knowledge by using arithmetical procedures to solve the problems. Besides, despite their difficulties to represent the statement of the problem in algebraic language, the students were able to notice that their knowledge regarding that content (the object of knowledge) was under construction. Therefore, the Methodology of Mathematics Teaching-Learning-Assessment through Problem Solving enabled the students to have moments of discussion during the presentation of the resolutions to the studied problems. The development of the teacher's online work favored the students' participation in the process of problem solving, and so it enabled them to (re)build learning of polynomial equations of first degree.

Keywords: Mathematics Education; Elementary School; Polynomial Equation of First Degree; Problem Solving.

Introdução

Muito se tem discutido no cenário educacional sobre o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos (objetos de conhecimento) da Matemática, em todos os níveis de ensino, inclusive no Ensino Fundamental. O presente trabalho surgiu das inquietações dos pesquisadores ao se depararem com as dificuldades dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental em entender o porquê de se utilizarem letras na resolução de problemas matemáticos, pois raramente eles conseguem representar um problema que estão lendo, transitando da linguagem materna para a linguagem matemática. Por não conhecerem ainda as ferramentas algébricas, esses alunos não conseguem sistematizar seus pensamentos usando representações algébricas, por isso, recorrem aos seus conhecimentos prévios, ou seja, aos recursos dos desenhos e da Aritmética para solucionar determinados problemas envolvendo equações (SOUSA; PROENÇA, 2019).

Sessa (2009) afirma que as dificuldades apresentadas pelos estudantes do Ensino Fundamental se devem ao fato de como a Álgebra vem sendo ensinada em sala de aula, caracterizando o trabalho algébrico, muitas vezes, como uma ferramenta mecânica sem maior significado ou compreensão. A autora ainda afirma que, no trato com as equações, o aluno precisa ir além de compreender que letras são apenas para representar números desconhecidos, que basta isolar incógnitas, uma vez que deve perceber que não há uma solução, mas um conjunto solução e, para isso, o trabalho realizado pelo professor tem que ser diferenciado.

Ainda no que concerne ao ensino de Matemática, muito se tem falado (COSTA; ALLEVATO, 2019) sobre a importância de um ensino contextualizado e da utilização da resolução de problemas no desenvolvimento dos mais variados conteúdos³⁰ em sala de aula. Isso se dá devido ao fato de os problemas proporcionarem aos estudantes variadas possibilidades de estratégias de resolução que envolvem descobertas e, conseqüentemente, novos aprendizados. Van de Walle (2009) também aponta a resolução de problemas como uma das ferramentas mais eficientes para se ensinar Matemática, especificamente quando se trata dos conteúdos que envolvem a Álgebra; em nosso trabalho, será a equação polinomial do 1º grau com uma incógnita.

Ademais, olhando por outro aspecto, “a resolução de problemas é uma ferramenta importante no processo de ensino-aprendizagem, ao contemplar os benefícios trazidos por muitas outras metodologias que foram foco de estudos anteriormente” (NUNES; VIDAL, 2017, p. 85). Há uma forte conexão dela com a própria matemática ou fora dela, ela permite aprender de uma forma ativa, favorecendo aos alunos a construção de conhecimento matemático novo e também testar seus conhecimentos sobre os diversos temas de ensino.

³⁰ A partir de agora, quando nos referirmos a conteúdos, estaremos abordando, de maneira equivalente, os objetos de conhecimento.

Para favorecer a aprendizagem dos alunos sobre a equação do primeiro grau³¹, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), atual documento oficial que orienta os currículos no Brasil, sugere que esse conteúdo seja desenvolvido em sala de aula, fazendo uso da resolução de problemas, com o intuito de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Para isso, recomenda que o professor proponha atividades que contenham números, letras e outros símbolos. Além disso, o documento orienta que a aprendizagem matemática deva estar intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos.

No presente estudo, entendemos que o ensino das equações do primeiro grau será uma possibilidade para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico, ou seja, um tipo de pensamento que se apoie em habilidades que contemplem representações que envolvam maneiras de comunicar ideias e relacionar grandezas por meio do uso de símbolos e letras, além de utilizar diferentes estratégias de resolução de problemas a partir de seus conhecimentos prévios.

A partir disso, as várias habilidades apontadas pela BNCC podem ser desenvolvidas em Matemática, por exemplo, por meio da elaboração e resolução de problemas. Sendo assim, o presente trabalho tem por objetivo verificar de que maneira a Resolução de Problemas pode contribuir para a construção da aprendizagem de conceitos relacionados à equação do primeiro grau com uma incógnita, e analisar as resoluções dos problemas apresentadas pelos alunos e que subsidiaram ações didático-pedagógicas aos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental. Reiteramos que a abordagem de ensino e as estratégias de implementação utilizadas no presente trabalho objetivam a aprendizagem dos alunos.

A Importância da Álgebra no Ensino das Equações

Na estrutura da BNCC, a Álgebra é uma das unidades temáticas que compõem as orientações para o Ensino de Matemática no Ensino Fundamental, que se apresenta para a maioria dos alunos como um grupo de conteúdos e conhecimentos que exige um relevante grau de abstração nessa etapa de ensino, uma vez que exige deles que se apropriem de um formalismo ao qual ainda não estão acostumados. Além disso, o fato de essas representações, muitas vezes, não apresentarem nenhum significado para muitos alunos impacta negativamente no seu aprendizado.

Apesar de estar previsto na BNCC para o Ensino Fundamental que a inserção da Álgebra seja a partir dos anos iniciais, normalmente, ainda hoje, os primeiros contatos dos alunos com esse conteúdo acontecem no 7º ano do Ensino Fundamental, quando se inicia o

³¹ Aqui e para adiante no texto, toda vez que usarmos a expressão equação do 1º grau, estaremos nos referindo à equação polinomial do 1º grau.

estudo de equações, particularmente o estudo de Equações do 1º grau. Por estarem acostumados apenas a tratar e resolver problemas apoiando-se em conhecimentos da Aritmética desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, entendem equivocadamente que as resoluções de problemas na Matemática são apenas caracterizadas por processos numéricos. Nesse sentido, por vezes, a utilização das regras previamente estabelecidas dificulta o avanço na compreensão desses conteúdos, uma vez que essas novas compreensões exigem do aluno o entendimento de muitas simbologias e, por isso, ocorrem dificuldades na interpretação do que lhe é pedido (FERNANDES, 2011).

De acordo com Gil (2008), a relação entre a Aritmética e a Álgebra pode também justificar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Segundo a autora, na maioria das vezes, os procedimentos algébricos são contraditórios ou diferentes dos aritméticos a que os alunos estavam acostumados; além disso, muitos alunos trazem para a Álgebra as dificuldades manifestadas no contexto da Aritmética.

Os conteúdos da unidade temática da Álgebra introduzem, dentre outros, o conceito de incógnitas, representadas por letras, cujos valores devem ser calculados, determinados, de modo a resolver as equações. No campo da Matemática, em que se inserem as equações, equações algébricas são aquelas em que a incógnita aparece apenas submetida às chamadas operações algébricas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

Quando a equação algébrica pode ser escrita na forma $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$, com n inteiro positivo, $a_n \neq 0$, dizemos que é uma equação polinomial, de grau n , na incógnita x (GARBI, 2007).

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam que o pensamento algébrico é algo amplo, que abrange muitas competências, tais como, lidar com: expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações, funções, estruturas matemáticas, que podem ser usadas na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outras áreas. Nessa perspectiva, os autores enfatizam que o trabalho com a Álgebra não se reduz ao simbolismo formal; pelo contrário, aprender Álgebra implica ter a habilidade de pensar algebricamente em diversas situações. Sob o mesmo ponto de vista, Van de Walle (2009, p. 287) afirma que “o pensamento algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função”. Segundo as definições do autor, o pensamento algébrico está presente em toda a Matemática e é fundamental para torná-la útil na vida cotidiana.

No entender de Silva e Rizzi (2013), para o ensino das equações de primeiro grau é necessário que haja uma adequada articulação entre a Álgebra e a Teoria dos Números, de modo que os alunos possam compreender o conceito de incógnita, realizar a escrita de um

problema na linguagem matemática, reconhecer e resolver equações numéricas e algébricas. Ainda segundo os autores, a Álgebra possui uma linguagem e simbologia permeadas por convenções diversas, de modo que o conhecimento algébrico não pode ser concebido pela simples manipulação dos elementos abordados isoladamente.

São distintas as tendências metodológicas em Educação Matemática, possíveis de serem utilizadas para o desenvolvimento das atividades matemáticas e, conseqüentemente, para a promoção da aprendizagem dos alunos. Entre as tendências metodológicas elencadas pela BNCC, encontra-se a Resolução de Problemas.

Existem, porém, diferentes concepções de Resolução de Problemas. Neste trabalho, optamos por aquela apresentada por Allevato e Onuchic (2021), que aborda o ensino de Matemática “a partir de” e “através de” problemas geradores, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, e que orienta as ações e atividades em sala de aula. Essa concepção da Resolução de Problemas como metodologia de ensino fornece subsídios à compreensão e à construção do conhecimento pelos estudantes no processo de ensino-aprendizagem, conforme será apresentado na próxima seção.

A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

A atual conjuntura do cenário educacional aponta para a necessidade de reformas metodológicas em todos os componentes curriculares, inclusive na Matemática. Em relação aos modelos de ensino, de aprendizagem e de avaliação, ressalta-se que os professores da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) precisam se aprofundar acerca das compreensões de como implementá-los, quando se trata do ensino de Matemática centrado na resolução de problemas (BICALHO; ALLEVATO, 2021).

De acordo com Pagani e Allevato (2016), deparamo-nos com professores de Matemática que ensinam aos seus alunos os conteúdos previstos nos documentos que orientam os currículos, apresentando-lhes a teoria e, em seguida, exemplos de aplicação. Ainda segundo as autoras,

Essa é uma ideia enraizada na cultura do “ensinar Matemática”, que considera que todos os alunos tenham o mesmo conhecimento prévio e que há apenas uma maneira de o aluno adquirir novos conhecimentos. Essa visão de “transmitir” Matemática empobrece o ensino-aprendizagem, uma vez que limita a criatividade dos alunos, levando-os a automatizar procedimentos através da memorização e, nem sempre, da compreensão. A repetição de procedimentos formais da Matemática, ainda que corretamente, não necessariamente gera aprendizado, nem significa aprender Matemática. O desejável é que os estudantes, de maneira geral, aprendam a pensar matematicamente, sendo capazes de relacionar a Matemática apreendida em sala de aula a outros problemas, propondo solução para os mesmos (PAGANI, ALLEVATO, 2016, p. 91).

Nossa vivência como professores de Matemática da Educação Básica nos leva a crer que essa situação relatada por Pagani e Allevato (2016) persiste até os dias de hoje.

Apesar de haver um reconhecimento da importância da resolução de problemas no desenvolvimento do ensino de Matemática, inclusive pelos documentos oficiais, vale destacar que existem maneiras diferentes de desenvolvê-la em sala de aula. Neste trabalho, optamos pela concepção apresentada pelo Grupo de Trabalho e Estudo sobre Resolução de Problemas (GTERP), coordenado pela pesquisadora Lourdes de la Rosa Onuchic (UNESP – Rio Claro), que é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Essa concepção de ensino, tal como é apresentada por Allevato e Onuchic (2021), é considerada como uma metodologia em que as regras ou procedimentos padronizados de “como fazer” não são privilegiados.

Trata-se, portanto, de uma metodologia na qual a construção de conhecimento se faz “a partir de” e “através de” problemas, denominados geradores, que são propostos como ponto de partida e orientação para o ensino e a aprendizagem de novos conteúdos, conceitos, princípios ou procedimentos matemáticos.

Ao tratarem dos termos “a partir de” e “através de” resolução de problemas, as autoras destacam, respectivamente, que o problema é visto como ponto de partida para ensinar Matemática e que se dá “através de”, ou seja, no decorrer do processo de resolução. Esses termos caracterizam essa metodologia de ensino. Além disso, nessa perspectiva metodológica, o aluno é o protagonista do processo de ensino-aprendizagem, e os conceitos matemáticos são construídos durante a resolução de um problema, sendo depois formalizados pelo professor.

De acordo com Allevato e Onuchic (2021), essa maneira de se conceber a resolução de problemas em sala de aula fornece subsídios à compreensão dos argumentos matemáticos, os quais os alunos conseguem enxergar como uma maneira possível para a construção de sua própria aprendizagem. Contudo,

[...] é importante reconhecer que a Matemática deve ser trabalhada através da Resolução de Problemas, ou seja, que tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam o veículo pelo qual um currículo deva ser desenvolvido. A aprendizagem será uma consequência do processo de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2005, p. 221).

A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem por objetivo “[...] expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 47). Embora, no geral, a expressão “problema matemático” remeta às questões relativas ao ensino de Matemática, percebemos que ela também vem sendo amplamente utilizada em outras áreas do conhecimento; por isso, a resolução de problemas tem sido umas das habilidades a ser desenvolvida na Educação Básica. Isso nos permite questionar:

O que é um problema matemático?

Esse questionamento é para nós o impulso para o desenvolvimento das atividades matemáticas em sala de aula e, conseqüentemente, para a produção do conhecimento pelo aluno. Sendo assim, Allevato e Onuchic (2021) e Costa (2021) expressam sua concepção de que uma atividade matemática será um problema quando o aluno demonstrar que tem interesse em resolvê-lo, mas ainda não possui conhecimentos disponíveis para desenvolver os procedimentos necessários à sua resolução. A partir disso, pode-se concluir que nem sempre é possível determinar se uma atividade é um exercício ou um problema sem considerar a experiência dos estudantes com seus conhecimentos prévios e com os objetivos estabelecidos para a realização da atividade.

No que se refere à abordagem de ensino de Matemática “através de” resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) e a BNCC consideram a resolução de problemas como sendo o coração do desenvolvimento das atividades matemáticas. Para a BNCC, a resolução de problemas se constitui em uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual deve ser “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental” (BRASIL, 2018, p. 266).

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como denominada por Allevato e Onuchic (2021), devem-se propor aos estudantes problemas que tenham como objetivo a construção de novos conceitos e conteúdos, antes de se apresentar formalmente sua teoria e a linguagem matemática. Por isso, o professor deve iniciar pela escolha do problema, que deve ser apropriado ao que se pretende construir, denominado “problema gerador”. Para usufruir melhor essa metodologia em sala de aula, mesmo não havendo uma forma rígida, as autoras sugerem organizar as atividades de acordo com o seguinte roteiro.

1. *Proposição do problema* – Selecionar ou elaborar um problema, denominando-o problema gerador.
2. *Leitura individual* – Distribuir uma cópia impressa do problema para cada aluno e solicitar a leitura do mesmo.
3. *Leitura em conjunto* – Distribuir a turma em pequenos grupos e solicitar uma nova leitura do problema.
4. *Resolução do problema* – A partir do momento em que o aluno entendeu o problema, deverá tentar resolvê-lo em grupo, permitindo, assim, a construção de conhecimento sobre o conteúdo que o professor planejou para aquela aula.
5. *Observar e incentivar* – Nesse momento, o professor passa de comunicador do conhecimento para observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador, incentivador da aprendizagem.
6. *Registro das resoluções na lousa* – Anotar os resultados obtidos pelos grupos, quer estejam certos ou errados, e aqueles alcançados por diferentes caminhos.
7. *Plenária* – Assembleia com todos os alunos. Como todos trabalham no problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados, e dessa forma, participam.
8. *Busca do consenso* – Após discussões e dúvidas sanadas, o professor juntamente com os alunos tentam chegar a um consenso.

9. *Formalização do conteúdo* – Faz-se uma síntese daquilo que se objetivava “aprender” a partir do problema gerador. São colocadas as devidas definições, identificando propriedades, fazendo demonstrações, etc.
10. *Proposição e resolução de novos problemas* – Nessa etapa, após a formalização do conteúdo, propõem-se novos problemas.

Nessa última etapa, o professor ou os próprios alunos propõem novos problemas relacionados ao objeto de conhecimento estudado em sala de aula, com o intuito de reforçar ou avaliar a aprendizagem pelos alunos após a formalização do conteúdo, ou mesmo de ampliar a aprendizagem, reiniciando o ciclo das dez etapas.

As sugestões indicadas por Allevato e Onuchic (2021) estão em conformidade com o que é proposto pela BNCC (BRASIL, 2018), que apresenta a resolução e elaboração de problemas como uma das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos.

Nessa enunciação está implícito que se pretende não apenas a resolução de problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 277).

Em outras palavras, o que o documento recomenda é que a Resolução de Problemas possa caminhar no sentido de desenvolver nos alunos o protagonismo para além da resolução dos problemas propostos pelo professor.

Contexto e Procedimentos Metodológicos da Pesquisa

O presente trabalho analisa registros de resolução de problemas algébricos envolvendo equação do primeiro grau, propostos a 35 alunos de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual, localizada em São Luís / MA. Os dados foram coletados pela segunda autora deste trabalho, no 2º semestre de 2021, durante suas aulas de Matemática, realizadas de forma remota devido ao afastamento dos alunos das salas de aula em razão do momento pandêmico causado pela COVID-19.

Inicialmente, os problemas foram enviados com antecedência, pela Plataforma *Google Classroom*³², aos alunos que foram desafiados a resolvê-los individualmente a partir de seus conhecimentos prévios, antes de lhes ter sido apresentado o conteúdo. Vale destacar que, embora Allevato e Onuchic (2021) sugiram, em uma das dez etapas, que as atividades de resolução sejam desenvolvidas em pequenos grupos, devido à pandemia e por estarmos com as aulas de forma remota, optamos por realizar as atividades individualmente, como indicado por Costa (2012) e Gonçalves (2015).

³² Ferramenta educacional virtual que o professor organiza as turmas, direciona os trabalhos e acompanha o estudante no desenvolvimento das atividades usando a Plataforma (SCHIEHL; GASPARINI, 2016).

Os autores (COSTA, 2012; GONÇALVES, 2015) sugerem que os alunos comecem a resolver os problemas individualmente, a partir de seus conhecimentos prévios e, quando possível, resolvam novamente em pequenos grupos de alunos para que possam discutir e avançar na resolução. Em seguida, expõem suas resoluções em plenária e, com toda a classe, chegam a um consenso sobre a resolução do problema. Finalmente, o professor assume o “comando” e formaliza o conteúdo matemático envolvido no problema e que foi planejado para ser ensinado naquela aula.

Após terem resolvido os problemas, os alunos encaminharam as resoluções para a professora das turmas participantes. No dia da aula síncrona (via *Google Meet*), foi solicitado que compartilhassem suas resoluções e, em seguida, foi realizada uma discussão em plenária com todos os estudantes sobre as resoluções apresentadas a fim de se chegar a um consenso.

Trata-se, portanto, de uma pesquisa com abordagem qualitativa de cunho descritivo, realizada por meio da análise documental, ou seja, em documentos originais escritos (resolução dos problemas), entregues pelos estudantes, e que ainda não haviam recebido um tratamento analítico (HELDER, 2006), além de observação participante, realizada junto ao comportamento natural dos estudantes quando eles estavam discutindo em plenária as resoluções apresentadas (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Em nosso trabalho, os alunos foram identificados como A_1, A_2, \dots, A_{35} para resguardar suas identidades.

Resolução de Problemas: uma proposta metodológica para aprendizagem de equação do 1º grau

A proposta metodológica que utilizamos para o desenvolvimento do conteúdo em estudo corresponde a uma sequência didática em que buscamos seguir as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021) no processo de ensino-aprendizagem de equação do 1º grau com uma incógnita. Inicialmente, foram propostos aos alunos dois problemas geradores a fim de promover a construção de novos conceitos desse conteúdo matemático, antes que fossem apresentadas sua teoria e a linguagem matemática formal, e, ao final da formalização, foram propostos novos problemas. Essas situações apresentaram questionamentos que objetivaram levá-los a fazer uma reflexão, seja pela busca de informações para encontrar os resultados, seja pelas explicações do modo como obtiveram esses resultados.

A fim de lembrar as etapas utilizadas na aplicação e resolução dos problemas geradores, apresentaremos, a seguir, um esquema da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Figura 1- Esquema da Metodologia



Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

Após termos apresentado a proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas aos alunos, enviamos a eles dois questionamentos (Quadro 1), via *Google Classroom*, com o objetivo de verificar se os alunos tinham alguma noção do que vem a ser uma equação. Em seguida, enviamos os problemas geradores.

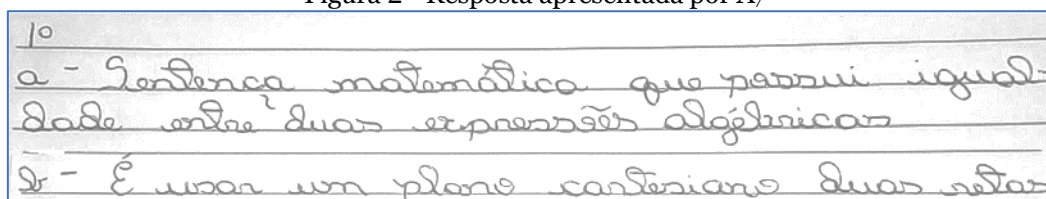
Quadro 1: Questionamentos iniciais

<p>Responda:</p> <p>a) O que você entende por equação?</p> <p>b) Dê exemplos do que, em sua opinião, representa uma equação.</p>
--

Fonte: autoria dos pesquisadores

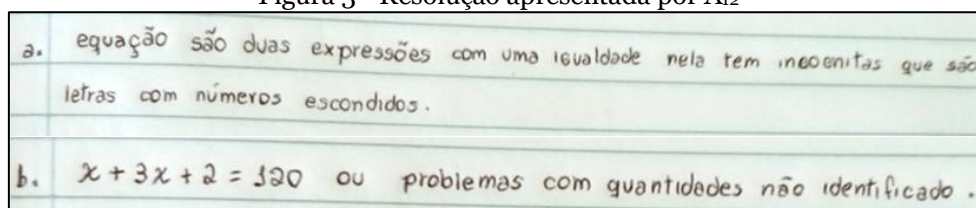
A seguir (Figuras 2 e 3), serão apresentadas as respostas para o questionamento e exemplos do que, na opinião dos alunos, representa uma equação.

Figura 2 - Resposta apresentada por A₇



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3 - Resolução apresentada por A₁₂



Fonte: Dados da pesquisa

É possível observar pelas respostas dadas pelos alunos que eles têm noção do que define se uma sentença matemática é uma equação ou não, contudo nem todos os alunos souberam fazer essa representação, conforme foi apresentado por A7 (Figura 2). Isso mostra que, no que se refere à equação do primeiro grau, nem sempre os alunos que estão na segunda etapa (anos finais) do Ensino Fundamental já se apropriaram, de fato, do seu conceito. Gil (2008) relata que, apesar de já se desenvolverem as primeiras noções sobre a Álgebra com a transposição do aritmético para o algébrico, ainda assim, os alunos chegam ao sétimo ano sem essas noções básicas. Sabe-se que o objetivo do ensino da Álgebra nos anos iniciais é que os alunos desenvolvam os primeiros conceitos de igualdade e a compreensão das propriedades das operações e da relação de cada operação e sua inversa (BRASIL, 2018).

Após esses questionamentos iniciais, propusemos aos alunos dois problemas geradores (Quadro 2), que tinham como objetivo verificar como eles resolveriam antes de lhes ter sido explicado o que de fato é uma equação do primeiro grau.

Quadro 2: Problemas geradores

Resolva os seguintes problemas:
a) Uma estante custa três vezes o preço de uma cadeira. Qual o preço da estante, se as duas mercadorias juntas custam R\$ 160,00?
b) Dois pacotes juntos pesam 40 kg. Quanto pesa cada um deles, se o maior tem 6 kg a mais que o menor?

Fonte: Adaptado de Bianchini, 2018

Respostas apresentadas pelos estudantes para o problema (a):

Figura 4 – Resolução apresentada por A₃

$$160 \div 4 = 40 \text{ o valor da cadeira}$$

$$40 \times 3 = 120 \text{ o valor da estante}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5 – Resolução apresentada por A₉

$$160 \div 2 = 80$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 + 20 \\ \hline 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 3 \\ \hline 90 + 30 = 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 3 \\ \hline 120 + 40 \\ \hline 160 \end{array}$$

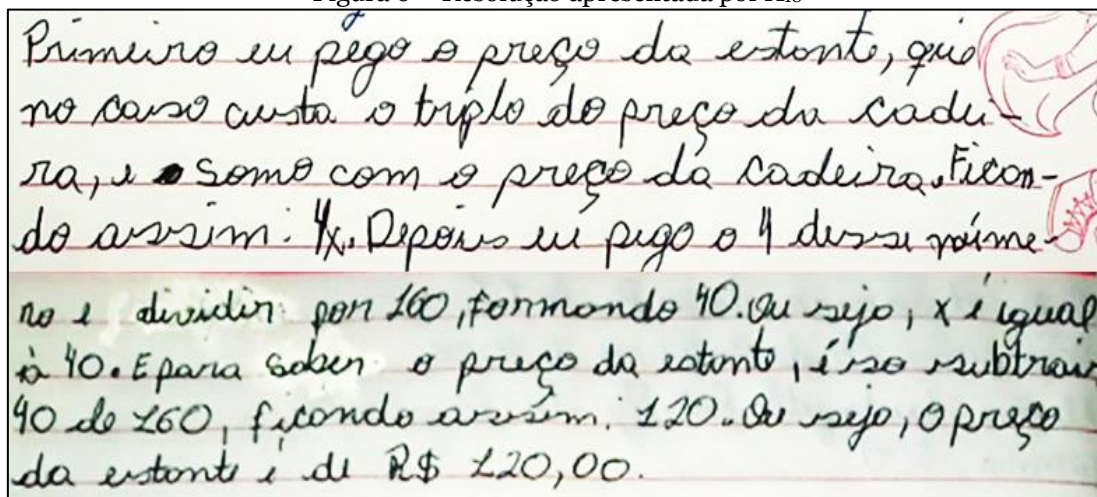
Fonte: Dados da pesquisa

Pelas resoluções apresentadas, é possível perceber que esses dois alunos (Figuras 4 e 5) ainda trazem consigo representações que remetem às experiências com situações com a Aritmética, o que fez com que eles pensassem que, para solucionar esse tipo de problema envolvendo equação, e para descobrir um termo desconhecido, seria necessária a realização de

cálculos aritméticos. Nesse caso, eles realizaram as operações inversas divisão e multiplicação. Ou seja, para resolver esses problemas, os alunos recorreram aos conhecimentos prévios referentes à Aritmética, sem utilizar conhecimentos algébricos para modelar o problema, mas, ainda assim, chegaram ao resultado esperado. Acredita-se que, por ser a equação do primeiro grau um conteúdo que agrega ao conhecimento do aluno novas representações, como, por exemplo, o uso das letras como símbolo de quantidade e de valores desconhecidos, e por não terem conhecimento da linguagem algébrica, sentiram dificuldade na interpretação do que lhes fora pedido, o que é natural, afinal, era a primeira vez que estavam estudando esse conteúdo, conforme apontado por Fernandes (2011).

Outras soluções apresentadas a esses problemas encontram-se nas Figuras 6 e 7, respectivamente:

Figura 6 – Resolução apresentada por A₁₈



Fonte: Dados da pesquisa

Nessa resolução apresentada por A₁₈, percebe-se que o aluno descreveu o que estava fazendo para encontrar o valor da cadeira e da estante, mas, em nenhum momento, ele formulou matematicamente a equação; isso demonstra que alunos apresentam dificuldades em transformar suas informações em símbolos matemáticos, isto é, dificuldade em fazer a passagem da linguagem materna para a linguagem matemática (algébrica). É natural que alunos do sétimo ano não consigam apresentar a representação simbólica de uma equação de 1º grau, afinal, estão estudando pela primeira vez esse conteúdo.

A metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2021) indica exatamente isso, que o professor utilize problemas de acordo com a série e com o conteúdo a partir do qual pretende construir o novo conceito, princípio ou procedimento matemático.

Ainda assim, houve um aluno, no caso, A₆ (Figura 7), que resolveu o problema formulando a equação, mas sem explicar como chegou a essa representação.

Figura 7 – Resolução apresentada por A₆

$$3x + x = 120$$

$$4x = 120$$

$$x = \frac{120}{4}$$

$$x = 30 + 90 = 120$$

cadeira estante

Fonte: Dados da pesquisa

Nessa resolução, é possível observar que o aluno conseguiu esquematizar corretamente a equação que modela o problema, encontrando, assim, o valor da cadeira e da estante. Para o problema (b), os alunos procederam de maneiras diferentes, conforme apresentado nos protocolos a seguir:

Figura 8 – resposta apresentada por A₁₈

⑥ Dois pacotes juntos pesam 40 kg. Quanto pesa cada um deles, se o maior tem 6 kg a mais que o menor?

Não consigo explicar

Fonte: Dados da pesquisa

Esse aluno não conseguiu resolver o problema apresentado e ainda justificou que não conseguia explicar. Acredita-se que, nesse caso, provavelmente o aluno não tenha conseguido interpretar o que estava sendo solicitado, para que pudesse transformar para a linguagem matemática (algébrica) e, assim, resolvê-lo.

Figura 9 – Resoluções apresentadas por A₉ e A₁₅, respectivamente

b.	40	- 6	20 - 6
	- 40	20	14 menor
	10		26 maior

$$R = 40 + 2 = 20 - 6 = 14 + 26 = 40$$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 10 – Resoluções apresentadas por A₂₁

⑥ maior tem 26
⑥ menor tem 14

40 - 26 = 14

26 + 14 = 40

então o maior tem 26 e menor tem 14

Fonte: Dados da pesquisa

As estratégias utilizadas por esses alunos (Figuras 9 e 10) para resolver o problema são bem semelhantes; buscaram no conhecimento aritmético representar as expressões matemáticas para solucionar o problema. Contudo, os processos de resolução apresentados pelos estudantes não demonstram com clareza como eles compreendem os conhecimentos envolvidos para a solução do problema. Essas resoluções indicam que os estudantes trazem consigo dos anos iniciais o foco nos procedimentos aritméticos e suas operações. Na estratégia utilizada pelos estudantes, A₉ recorreu à divisão e à subtração, enquanto A₁₅, além dessas operações (divisão e subtração), acrescentou a adição, obtendo resultado semelhante.

Figura 11 – Resoluções apresentadas por A₂₆

b) Três pacotes juntos pesam 40 kg. Quanto pesa cada um deles, se o maior tem 6 kg a mais que o menor? R= Sendo xis é o peso do mais leve, xis mais (x+6) = 40. dois xis mais seis é igual a quarenta, dois xis é igual a quarenta menos seis. dois xis é igual a trinta e quatro, xis é igual a trinta e quatro dividido por dois. xis é igual a dez e dois kg o pacote mais leve. dez mais 6 é igual a dezesseis kg o pacote mais pesado.

Fonte: Dados da pesquisa

Na resolução apresentada por A₂₆, notamos que o aluno desenvolveu seu raciocínio sem se valer de equações, usando, na maior parte, a linguagem materna para expressar sua resolução. Vale observar que na tentativa de representar o peso por uma incógnita, o aluno usou o termo “xis”, o que nos sugere uma dificuldade para fazer a transição da língua materna para as representações matemáticas.

Por outro lado, deparamo-nos com a resolução apresentada por A₆ (Figura 12), que nos indica um amadurecimento do raciocínio, uma evolução na interpretação do problema e na representação dos dados na linguagem matemática, o que o conduziu à solução correta.

Figura 12 – Resoluções apresentadas por A₆

$$\begin{array}{lcl}
 1 \text{ pacote} = x = 17 & x + x + 6 = 40 & \\
 2 \text{ pacote} = x + 6 = 23 & 2x = 40 - 6 & \\
 & 2x = 34 & \\
 & x = \frac{34}{2} & \\
 & x = 17 & \\
 & & 17 + 6 = 23 \\
 & & = 40
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Após as discussões e formalização do conteúdo feita pela professora dos alunos, foram propostos mais alguns problemas envolvendo a temática em estudo, com o intuito de verificar a aprendizagem dos estudantes. Um desses problemas foi:

Quadro 3: Problema proposto após a formalização do conteúdo

Lúcio comprou uma camisa que foi paga em três prestações. Na 1ª prestação, ele pagou a metade do valor da camisa, na 2ª prestação, a terça parte e na última, R\$ 25,00. Quanto ele pagou pela camisa?

Fonte: Adaptado de Bianchini, 2018

É possível perceber, nas resoluções apresentadas após a formalização desse objeto de conhecimento (equação do primeiro grau), que os alunos começaram a estruturar melhor suas ideias e a formular suas resoluções, por meio da equação, conforme podemos observar nas figuras a seguir. Ainda assim, houve aluno com dificuldades.

Figura 13 – Resolução apresentada por A₅

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 25 = x \quad \text{MMC}(2,3)=6$$

$$\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{150}{6} = \frac{6x}{6}$$

$$3x + 2x + 150 = 6x$$

$$3x + 2x - 6x = -150$$

$$-x = -150 \cdot (-1)$$

$$x = 150$$

R= ele pagou R\$ 150,00 na camisa.

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 14 – Resolução apresentada por A₁₇

$$2x + 3x + 20 = x \quad \text{mmc}(2,3)=6$$

$$\frac{2x}{6} + \frac{3x}{6} + \frac{20}{6} = \frac{x}{6}$$

$$2x + 3x + 20 = x$$

$$2x + 3x - x = -20$$

$$4x = -20 \cdot (-1)$$

$$x = 220$$

R= 220,00

Fonte: Dados da pesquisa

A professora titular (segunda autora) constatou, ainda, que as dificuldades apresentadas pelos alunos estão relacionadas também à leitura e à interpretação do problema. Acredita-se que isso se deva ao fato de que a linguagem algébrica ainda não tenha sido apropriada pelos alunos, portanto, eles não consideram a Álgebra (uso de letras) como uma das estratégias para resolução de problemas matemáticos e, por isso, recorrem sempre aos conhecimentos aritméticos construídos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A equação do primeiro grau é um dos objetos de conhecimento (conteúdos) a ser desenvolvido dentro da temática Álgebra, que se preocupa com a simbolização das relações

numéricas, das estruturas matemáticas e das operações sobre essas estruturas. Apesar de os alunos (Figuras 13 e 14) nem sempre terem resolvido de forma correta os problemas, ficaram evidentes nas suas resoluções essas relações, em que buscaram estabelecer procedimentos para a resolução dos problemas, encontrando, dessa forma, uma solução numérica.

Considerações

O presente estudo buscou verificar de que maneira a Resolução de Problemas pode contribuir para a construção da aprendizagem de equação do primeiro grau com uma incógnita, e analisar as resoluções acerca dos problemas que subsidiaram ações didático-pedagógicas aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Durante os anos iniciais do Ensino Fundamental, os professores discutem a Aritmética em sala de aula para resolver equações básicas, por isso, as resoluções apresentadas pelos estudantes nos demonstram que eles recorreram aos conhecimentos prévios sobre equação do primeiro grau, conforme indicação da BNCC (BRASIL, 2018). Apesar de os estudantes ainda terem estudado com profundidade esse conteúdo (objeto de conhecimento), foi um fator importante para que eles pudessem buscar solução aos problemas estudados.

Foi possível observar, apesar das dificuldades em representar em linguagem algébrica o enunciado do problema, que os estudantes conseguiram perceber que seus conhecimentos em relação a esse conteúdo estavam em construção. Dessa forma, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas possibilitou aos alunos momentos de discussão durante a apresentação das resoluções aos problemas estudados. A atuação da professora titular da sala foi primordial para o desenvolvimento das atividades durante o processo de aulas remotas.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.
- BIANCHINI, E. **Matemática: manual do professor (7º ano)**. 9. ed. - São Paulo: Editora Moderna, 2018.
- BICALHO, J. B. S.; ALLEVATO, N. S. G. Percepções de futuros professores sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: GONÇALVES, M. C. S; JESUS, B. G. (Org.). **Educação Contemporânea, Prática Docente, Inclusão**. 1. ed. Belo Horizonte, MG: Editora Poisson, 2021, v. 27, p. 18-24.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries)**. Brasília, 1998.

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 10 jan. 2022.
- COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da resolução de problemas**: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática. 2012. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.
- COSTA, M. S. Um panorama da resolução de problemas na visão das pesquisadoras brasileiras Onuchic e Allevato. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e4006, 2021. DOI: 10.35819/remat2021v7iespecialid5489. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/5489>. Acesso em: 16 jan. 2022.
- COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. A formação inicial de futuros professores de matemática sob a perspectiva da resolução de problemas. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v. 3, n. 1, p. 40-65, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.33238/ReBECCEM.2019.v.3.n.1.2>. Acesso em: 15 out. 2021.
- FERNANDES, F. C. **Equações de 1º grau**: estratégias e erros na resolução e simplificação de equações de 1º grau. 2011. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa, Portugal, 2011.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ª ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.
- GARBI, G.G. **O Romance das Equações Algébricas**. 2ª ed. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2007.
- GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra**, 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – Faculdade de Física, Porto Alegre, 2008.
- GONÇALVES, R. **Resolução de Problemas**: uma proposta para a aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças. 2105. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.
- HELDER, R. **Como fazer análise documental**. Porto: Universidade de Algarve, 2006.
- NUNES, C. B.; VIDAL, T. C. Resolução e Formulação de Problemas no desenvolvimento do raciocínio combinatório. **Revista Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v. 2, n. 4, 2017, p. 80-104.

- ONUICHIC, L. R.; ALLEVATO, N.S.G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo. Editora Cortez. 2005, p. 213-231.
- PAGANI, E.M.L., ALLEVATO, N.S.G. O trabalho com derivadas no Ensino Médio através da Resolução de Problemas: aspectos da avaliação. São Paulo, **REnCiMa**, v.7, n.1, p.86-101, 2016.
- PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acesso: 02 set. 2021.
- SCHIEHL, E. P.; GASPARINI, I. Contribuições do Google Sala de Aula para o Ensino Híbrido. **RENOTE**, Porto Alegre, v. 14, n. 2, 2016. DOI: 10.22456/1679-1916.70684. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/70684>. Acesso em: 10 ago. 2022.
- SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da álgebra: origens e perspectivas**. Tradução: Damian Kraus. São Paulo, SP, Edições SM, 2009.
- SILVA, A. I.; RIZZI, R. L. A. Resolução de Problemas como solução na equação do 1º grau para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE. **Cadernos PDE – Versão Online**, v. 1, p. 1 – 13, 2013.
- SOUSA, A. C.; PROENÇA, M. C. Uma proposta de ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. 4, n. 2, p. 431 - 451, 2019.
- VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Biografia Resumida

Manoel dos Santos Costa: Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMA e da Universidade Federal do Maranhão - UFMA. Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática - GPEAEM. Possui experiência na área da Educação Matemática, com pesquisas na

Formação de Professores, Metodologias de Ensino e Aprendizagem e Resolução de Problemas de Matemática.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0292894699114273>

Contato: manolopromat@hotmail.com

Ana Célia de Jesus Martins: Mestranda em Educação: Gestão de Ensino da Educação Básica pela Universidade Federal do Maranhão - UFMA. Professora do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMA e Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - GEPEM.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5599486109074458>

Contato: anamartins701@hotmail.com

Érica Marlúcia Leite Pagani: Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Professora do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET. Membro do Grupo de Pesquisa e Estudos Avançados em Educação Matemática - GPEAEM. Tem experiência na área da Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Ensino Profissionalizante, Ensino de Cálculo, Resolução de Problemas, Investigações Matemáticas e Educação Financeira Escolar.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4179858425802603>

Contato: leitepagani@gmail.com

Célia Barros Nunes: Doutora em Educação Matemática. Pós-Doutora em Educação. Professora Titular do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (DEDC X). Membro do Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas. Tem experiência na área da Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Resolução de Problemas, Formação de Professores e Ensino e Aprendizagem da Matemática.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5885292919107897>

Contato: celiabns@gmail.com