

Uso do software GeoGebra: uma aprendizagem significativa de funções

Rafael Melotti 

Valdinei Cezar Cardoso 

Resumo

Este relato de experiência retrata uma sequência didática realizada com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio sobre o ensino de funções. Para promover uma aprendizagem significativa, sobre os olhares do psicólogo da educação David Paul Ausubel, as atividades pensadas foram proporcionadas pensando no que os alunos já sabiam e como isso poderia ajudar a entender novos conceitos. O principal recurso utilizado nessa sequência didática foi o uso do software GeoGebra, que possibilitou não apenas uma visualização multimodal (por meio de escrita, imagens (estáticas e em movimento), mas também uma aprendizagem significativa, já que os alunos, além de estarem em constante contato com a tecnologia, também utilizaram de conhecimento prévios, como o plano cartesiano, pares ordenados e tabelas. As atividades aconteceram no ano de dois mil e vinte ao longo de 5 aulas, em meio a pandemia da COVID-19 e todas suas restrições e particularidades, no entanto, acredita-se que isso não interfira na realização de tais atividades com a volta da “normalidade”.

Palavras-chave: GeoGebra; Aprendizagem Significativa; Funções

Using GeoGebra software: a meaningful learning of functions

Rafael Melotti

Valdinei Cezar Cardoso

Abstract

This experience report portrays a didactic sequence carried out with a first year high school class on the teaching of functions. To promote meaningful learning, from the perspective of educational psychologist David Paul Ausubel, the activities were designed thinking about what students already knew and how this could help them understand new concepts. The main resource used in this didactic sequence was the use of GeoGebra software, which allowed not only a multimodal visualization (through writing, images (static and moving), but also a significant learning process, since the students, in addition to being in constant contact with technology, they also used prior knowledge, such as the Cartesian plane, ordered pairs and tables. The activities took place in the year two thousand and twenty-one, over five classes, amid the COVID-19 pandemic and all its restrictions and particularities, however, it is believed that this does not interfere with the performance of such activities with the return of “normality”.

Keywords: GeoGebra; Meaningful Learning; Functions.

Introdução

No ano de 2021, iniciei minha carreira como professor de matemática. Ainda na graduação, terminando meu último período no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Espírito, comecei a lecionar aulas para turmas do Ensino Médio em uma escola estadual no município de São Roque do Canaã. Neste período, trabalhei com turmas do terceiro ano do Ensino Médio técnico e regular e com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio Regular.³⁹

São Roque do Canaã é um município pequeno, com cerca de doze mil habitantes, localizado no interior do estado do Espírito Santo. Sua principal fonte de renda está relacionada com a agricultura (café, gado, cana-de-açúcar, hortifrutigranjeiros, tomate, goiaba, banana) e indústrias (cerâmicas, fábricas de esquadrias de madeira e alambiques produtores de aguardente).

No ano de 2021, após o primeiro pico da pandemia proporcionada pelo vírus SARS-COV-2, conhecida como pandemia da COVID-19, as aulas da rede estadual de ensino no estado do Espírito Santo retornaram de maneira não obrigatória e alternada. Aos alunos que optaram por voltar presencialmente para a escola, as aulas eram oferecidas semanas sim e semana não, para que pudesse ter um revezamento de alunos e assim não ultrapassar o limite de pessoas por m² exigido pela agência nacional de saúde.

Sendo assim, havia 3 grupos de alunos: A e B que revezavam o comparecimento semanal na escola; e o grupo C, que buscava atividades impressas quinzenalmente ou, aqueles que tinham recursos, realizavam essas atividades de maneira remota e *online*. A turma tinha 24 alunos, divididos nos 3 grupos.

Entre os conteúdos trabalhados na turma da primeira série do Ensino Médio, destacamos as funções, que era algo novo para aqueles alunos.

Foi no estudo de funções que resolvemos utilizar o software GeoGebra para que os alunos pudessem observar a relação entre pontos do domínio com o contradomínio da função e como as variáveis influenciavam cada função (função afim, função quadrática e função exponencial).

O objetivo da utilização desse software foi de proporcionar uma aprendizagem significativa para os alunos, baseado em conhecimento prévios que os alunos possuíam sobre o plano cartesiano e pares ordenados, por exemplo, para que assim pudesse permitir a esses alunos uma relação entre funções, seus gráficos e condições que fazem funções crescerem, terem máximos, mínimos etc., para que futuramente, os alunos possam usar esse software em seus aparelhos smartphones, visto que todos os alunos deste relato possuíam um, o que relaciona com ideias do trabalho de Vicentin e Souto (2021) que afirmam que “com o uso do

³⁹ O texto é narrado pelo primeiro autor.

celular a sala de aula está ganhando uma nova configuração, passando a ocupar o espaço que, antes, era exclusivamente dos laboratórios de informática” (VICENTIN; SOUTO, 2021, p. 68)

Aprendizagem Significativa

Para Soares (2008),

A aprendizagem significativa, que é o conceito central da teoria de Ausubel (1968) e que foi aprofundada pelo próprio Ausubel, Novak e Hanesian (1980), é definida como a aprendizagem que ocorre quando as ideias novas estão ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Ou seja, a aprendizagem significativa só ocorrerá quando uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto da base de formação conceitual do educando. Nesse processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de “conceito subsunçor” existente na estrutura cognitiva de quem aprende (SOARES, 2008, p. 53).

A aprendizagem significativa de Ausubel se caracteriza pela interação entre o que é apresentado ao sujeito e o que ele já sabe. Um conceito será aprendido de forma significativa quando este se relaciona a outros, de forma “relevantes e inclusivos, que estejam claros e disponíveis na mente do indivíduo e funcionem como âncoras” (SOARES, 2008, p.53).

Um exemplo que esclarece como funciona o processo de compreensão, por meio da aprendizagem significativa, é um mapa conceitual. Nele, a partir de uma palavra-chave, começamos a encontrar novas palavras chaves que fazem referência à anterior e assim sucessivamente. Essa ligação entre as palavras ou conceitos, pode ser exemplificada como o que é novo e o que já sabemos.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), não há oposição entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa, já que nem sempre é possível correlacionar aquilo que estamos ensinando ou aprendendo com algum conhecimento prévio por parte dos alunos. Alguns conceitos podem ser absolutamente novos para os estudantes e serão armazenados, num primeiro momento, de forma mecânica e só futuramente serão terão algum significado. Feito isso, conhecimentos que seriam novos, agora podem ser ancoradouros para outros conhecimentos.

Na teoria da aprendizagem significativa, o que é novo passa a ser ancorado, agrupado, ou ainda organizado e reorganizado com o que já se sabia. Em seguida, o que já se sabia acaba sofrendo alterações devido ao que foi anexado, sendo remoldados e ressignificados, tornando-os significativos, ficando ainda mais acessíveis durante o processamento cognitivo. É como se as conexões fossem ficando mais fortes. Os nós da malha de conhecimento se fortificam.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) propõe que na aprendizagem significativa, existem quatro grandes vantagens em relação à aprendizagem mecânica ou por memorização. Primeiro, na aprendizagem significativa os conhecimentos ficam retidos por um tempo maior; segundo que as informações que os alunos recebem, são concretizadas surgindo novas

“âncoras”, aumentando assim o número de estruturas que outras informações podem se sustentar; a terceira é que mesmo os conhecimentos que parecem estar esquecidos, ainda estão, mesmo que de forma residual, ancoradas ao conceito assimilado e em toda a rede de assimilação, podendo ser retomado; por fim, os novos conhecimentos podem servir de âncoras, podendo ser aplicados a novos contextos e problemas.

Em síntese a teoria da aprendizagem significativa aponta caminhos para o ensino e a aprendizagem, destacando a importância do protagonismo do aluno, apontado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) e nos faz refletir acerca daquilo que nossos estudantes já sabem e como poderemos ajudá-los a aprender novos temas.

Feito esta breve apresentação da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel, apresentamos um relato de experiências, preparado por meio das lentes da teoria de Ausubel.

O ensino de funções

Função, na matemática, é uma relação entre conjuntos. Uma função matemática relaciona todos os números de um conjunto, que chamamos de domínio, a um único elemento que está em outro conjunto, o contradomínio, por meio de uma regra.

Por meio de símbolos matemáticos, podemos dizer que uma função $f:A \rightarrow B$, $y = f(x)$, onde f é o nome da função A é o domínio dessa função, B é a imagem e $y = f(x)$ é a relação entre os elementos $x \in A$ com os elementos $y \in B$.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de funções tem seu início no nono ano do Ensino Fundamental, onde a habilidade a ser desenvolvida pelo aluno é de

Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis (BRASIL, 2018, p. 317).

No entanto, nossos alunos não haviam desenvolvido essa habilidade, segundo eles por questões pandêmicas, devido à pandemia que começou no ano de 2020 e impossibilitou a aprendizagem de uma série de conteúdos de todas as disciplinas, evidenciando as dificuldades e lacunas que foram deixadas ao longo do Ensino Fundamental.

Portanto, para que eu pudesse seguir com as habilidades exigidas pela BNCC para o nível daquela turma, precisamos retornar aos conceitos básicos de função, buscando trazer ganchos com a realidade dos alunos. Inicialmente, o jeito mais fácil que encontramos para relacionar funções com a vivência dos alunos, foi a relação de preço e quantidade de produto.

Para isso, começamos com exemplos do cotidiano, criando tabelas de duas colunas, uma com a quantidade a ser comprada, e outra com o preço a se pagar por aquela quantidade. Notamos que sem que os alunos dessem por conta, estavam operando com os conceitos de

domínio (na quantidade), de imagem (com o preço) e de uma função (com o valor de cada produto).

Um impasse importante entre os diversos exemplos que apresentamos, foi quando perguntamos a diferença entre as possibilidades das tabelas entre dois produtos: balas e a gasolina, e um aluno me respondeu: “a gente não consegue comprar uma bala e meia, mas conseguimos comprar meio litro de gasolina! ”. Nesse exemplo, o aluno, mesmo que sem perceber, reconheceu que em um domínio, a função havia a restrição de números inteiros e na outra poderia ser números racionais.

Em seguida, depois todos observaram a diferença exaltada por um deles, começamos a exemplificar compras que possuíam algum valor fixo além do que variava com a quantidade. Nesse caso, citamos exemplos: estacionamentos que tinham um valor de entrada mais um valor de acordo com o tempo que o carro permanecia nele; preço de uma corrida de táxi, que possui o valor da bandeira (valor fixo) e o valor de cada quilômetro percorrido.

Feito isso, introduzimos o estudo das funções polinomiais do primeiro grau, ou função afim, descritas algebricamente como $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$ e a partir das tabelas de preços criadas anteriormente, começamos a montar juntos uma relação entre os pontos da tabela e pontos do plano cartesiano, apresentando as primeiras impressões dos gráficos das funções afins.

Com esse processo, buscamos relacionar o conceito de funções a outros, que possivelmente estavam presentes no sistema cognitivo dos alunos, para que fossem âncoras do novo conceito e assim sucessivamente. Além disso, com essa etapa buscamos contemplar às habilidades EM13MAT101⁴⁰, EM13MAT302⁴¹ e EM13MAT401⁴² da BNCC.

Tecnologias para o ensino de funções

Depois de introduzir os conceitos básicos de funções afim, suas propriedades e como relacionar uma tabela com o seu gráfico, começamos a explorar novas funções e suas características. A segunda função apresentada aos alunos foi a função quadrática.

Para as funções quadráticas, não procuramos estabelecer ligações com a realidade dos alunos, ou pelo menos não com a realidade que os alunos tinham antes das aulas de funções. Buscamos fazer uma ponte entre a função quadrática a partir do que eles sabiam da função

⁴⁰(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

⁴¹(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

⁴²(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

afim. Então ao passar a expressão de algumas funções, os alunos construíram tabelas de valores e tentaram localizar os pares ordenados no plano cartesiano.

No entanto, percebemos que muitos estavam realizando a atividade com certo descuido ao desenhar o plano cartesiano, não se preocupando com as proporções entre os eixos, as distâncias corretas entre os valores nos eixos etc., comprometendo assim algumas informações visuais que poderiam extrair do desenho do gráfico das funções. Foi assim que resolvemos recorrer ao GeoGebra.

O GeoGebra é um software desenvolvido por Markus Hohenwarter e pode ser considerado um aplicativo educacional. Para Conceição e Zaperetti (2021),

Os aplicativos (apps) educacionais são softwares, programas com funcionalidades específicas executadas em sistemas operacionais criados para os dispositivos móveis (tablets e smartphones), possuem licenças para o uso, ficando disponíveis em repositórios de empresas como, por exemplo, Google, Apple, Mozilla e Microsoft, entre outras, podendo em sua grande maioria serem instalados pelos usuários de forma gratuita (CONCEIÇÃO; ZAPERETTI, 2021, p. 80).

Este software, em específico, une em uma única plataforma a geometria e a álgebra, e nele podemos criar, por exemplo, pontos, retas, círculos, polígonos e ângulos, tudo por meio de comandos visuais (botões da interface do aplicativo) ou por meio de comandos algébricos. Pode ser facilmente manuseado, permite mover os objetos e até mesmo animar objetos, para que consiga visualizar a movimentação de um ponto sobre uma curva, por exemplo. Outro recurso é a criação de controles deslizantes, que são controles de variáveis. Além do mais, o GeoGebra pode ser utilizado na web, quando há conexão com a internet sem necessidade de instalação, ou pode ser usado de maneira *off-line*, instalando antes no computador, *smartphone* ou *tablet*.

Os alunos desta turma nunca haviam tido contato com o software GeoGebra. Por isso, durante essa sequência didática, somente o primeiro autor deste trabalho manipulou o aplicativo, visto que neste momento o objetivo era apresentar as funções quadráticas e não estimular o uso do GeoGebra (a utilização por parte deles foi impossibilitada devido às condições sanitárias da pandemia, que não permitia os alunos usarem os computadores da escola que ficavam em uma sala sem janelas).

Então, para começar a atividade, em uma aula que seria de correção de atividades, projetamos o software utilizando um Datashow e junto com os alunos, começamos a corrigir a atividade. Inicialmente, alguns alunos transcreveram as tabelas de valores do domínio e seus respectivos correspondentes do contradomínio no quadro. Em seguida, brevemente mostramos como é o comando algébrico de pontos no GeoGebra, e começamos a inserir os valores da primeira função.

Logo que começamos a inserir alguns pontos, escutamos comentários do tipo: “assim é bem mais fácil, olha como o meu “tá” tudo torto!”; “ah, do mesmo jeito que ela desce, ela sobe

depois” (mostrando que já haviam percebido, mesmo que de maneira discreta, a paridade da função quadrática).

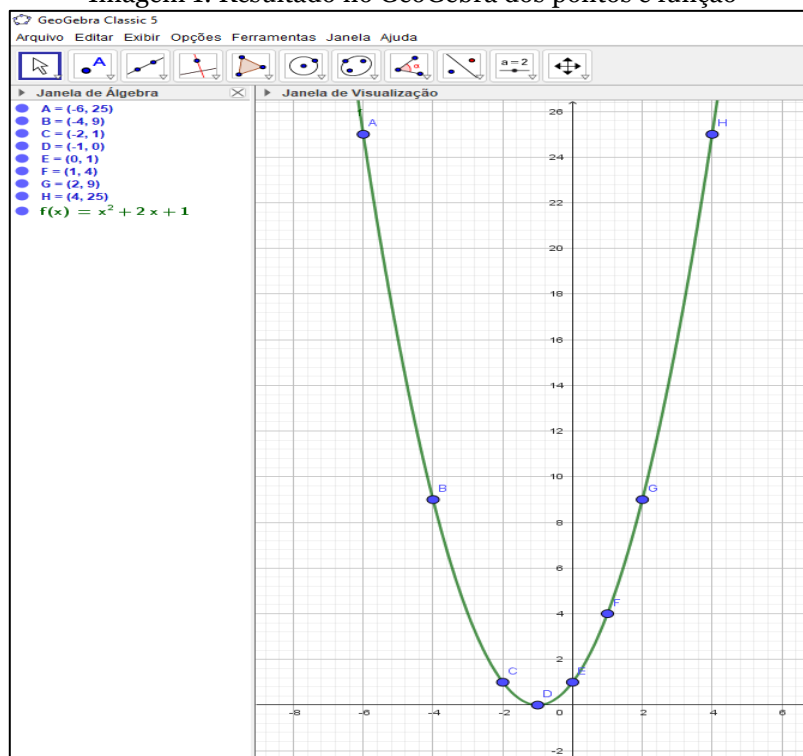
Após colocar todos os pontos que estavam na tabela, questionamos os alunos sobre quais eram os valores que poderiam estar presentes no domínio da função, ou seja, quais os possíveis valores para x e rapidamente chegaram à conclusão que poderia ser qualquer valor. Então perguntamos como seria o gráfico daquela função, com todos os valores de x . Um aluno fez um desenho de uma parábola com a mão em sua frente, no ar. Foi então que mostramos como inserir uma função no software e ao inserir a função que gerou a tabela de valores, o gráfico ficou exatamente em cima dos pontos, o que era o esperado, e caras de surpresa, de contenção e de satisfação foram percebidas de imediato nos alunos (Quadro 1)

Quadro 1: Tabela de valores extraídos da função

Pontos	x	$f(x) = x^2 + 2x + 1$
A	-6	25
B	-4	9
C	-2	1
D	-1	0
E	0	1
F	1	4
G	2	9
H	4	25

Fonte: Dados da pesquisa.

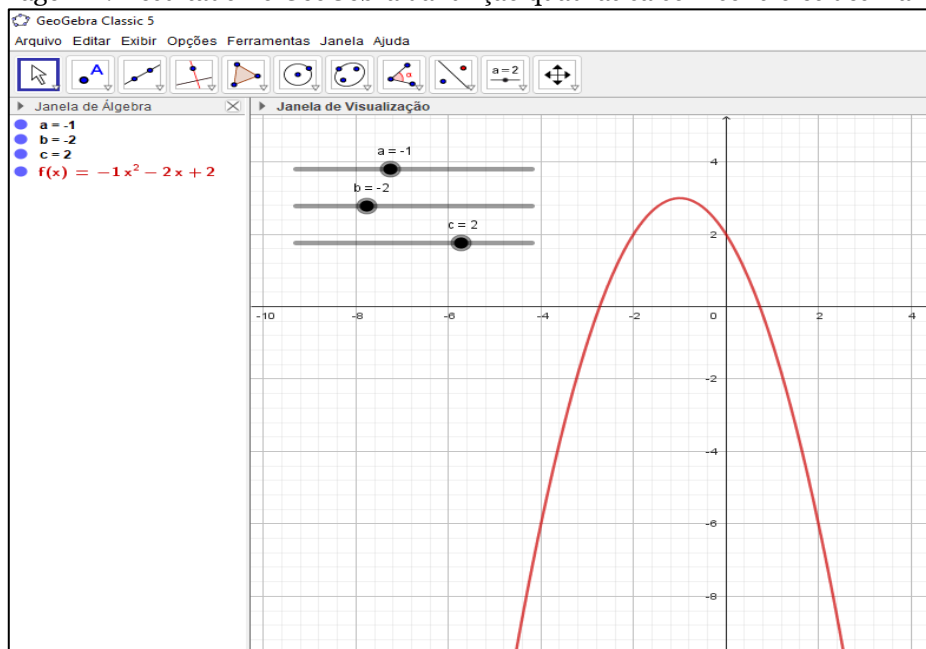
Imagem 1: Resultado no GeoGebra dos pontos e função



Fonte: Dados da pesquisa.

Depois que todos corrigiram em seus cadernos as funções, visto que alguns fizeram alguma coisa errada, limpei a janela do GeoGebra, colocamos uma função quadrática da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Ao inserir uma função desse tipo, o programa cria automaticamente três controles deslizantes a , b , e c , que podem ser manipulados, mostrando a relação entre cada uma dessas variáveis e seus respectivos impactos nas funções. Aproveitamos o engajamento dos alunos e fizemos o mesmo com a função afim do tipo $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$ (Imagem 2).

Imagem 2: Resultado no GeoGebra da função quadrática com controles deslizantes



Fonte: Dados da pesquisa.

Fazer essa manipulação das variáveis e ver como influenciam no gráfico foi muito significativo para os alunos. Recebemos *feedbacks* deles que isso facilitou a compreensão da concavidade das funções quadráticas, da inclinação das funções afins, a translação dessas funções no eixo Y, entre outras observações feitas por eles. Fazer essa manipulação, fez com que as características de cada função fossem ancoradas em conhecimentos já prévios dos alunos, como o sistema cartesiano e seus pares ordenados, a visualização de retas etc.

Realizamos essa mesma sequência para uma função exponencial. Solicitamos que algum aluno colocasse uma tabela de domínio e imagem no quadro, inserimos os pontos gerados a partir dessa tabela no GeoGebra e em seguida “plotei” o gráfico da função sobrepondo os pontos antes feitos. Na função exponencial, as caras de felicidade e contenção foram menos percebidas, visto que o resultado já era esperado por eles. No entanto, ficaram interessados com o crescimento da curva, abrindo uma discussão sobre o crescimento de casos da COVID-19.

A discussão sobre os casos de contaminação da COVID-19 foi rápida, mas de grande significado. Os alunos conseguiram associar o que viam diariamente nos noticiários, redes

sociais e boletins informativos com o que estavam aprendendo. Fizemos com eles uma rápida simulação de que cada pessoa contaminada, infectasse 5 novas pessoas a cada semana, por exemplo. Discutiram entre si e notaram que o crescimento dos números de infectados seria uma função exponencial. Fazendo isso, novamente “ancoraram” o novo conhecimento, de função exponencial, a um conhecimento prévio que haviam obtido com as notícias sobre a pandemia.

Considerações

Concluimos com este breve relato, que para promover uma aprendizagem significativa, é de suma importância levar em conta o que nossos alunos já sabem, e utilizar disso como uma ponte para chegar em um novo conhecimento a ser aprendido.

As tecnologias digitais já se fazem presente na realidade de todos, mesmo que com diferentes proporções. Não há como deixá-las de lado e continuarmos com o quadro e giz apenas. São necessárias mudanças. Mudanças no currículo, nas metodologias e na formação dos professores, seja inicial ou continuada. Além do mais, trazer este tipo de recurso para a sala de aula permite os alunos manipularem o software com auxílio do professor, criando um ambiente de aprendizagem colaborativo e significativo, como visto no trabalho de Lobo, Jesus e Madruga (2017), baseando-se “nos pressupostos de que os materiais manipuláveis são recursos que podem favorecer para uma aprendizagem com mais significado na sala de aula de matemática” (LOBO; JESUS; MADRUGA, 2017, p. 43).

Muitos dizem que a matemática está em tudo. Devemos nós, enquanto professores de matemática, buscar esse “tudo” e levar para a sala de aula. Não há por que continuar com exercícios isolados e descontextualizados. Exercícios dessa forma não serão, em sua grande maioria, ancorados nos processos cognitivos dos alunos.

Referências

- AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. Psicologia educacional. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CONCEIÇÃO, D. L. da; ZAMPERETTI, M. P. Práticas de ensino com aplicativo photomath: narrativas digitais produzidas por professores brasileiros. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.6, n.16, setembro-dezembro/ 2021
- LOBO, W. de S.; JESUS, G. B.; MADRUGA, Z. E. de F. Teoria das situações didáticas: uma proposta de ensino de inequações utilizando a régua trigonométrica. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.2, n. 4, setembro-dezembro / 2017

SOARES, L. H. **Aprendizagem significativa na educação matemática**: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica / Luís Havelange Soares. - João Pessoa, 2008.

VICENTIN, D. M.; SOUTO, D. L. P. Mudança de ambientes escolares quanto ao uso das tecnologias digitais: alguns indicativos. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.6, n.16, setembro-dezembro/ 2021

Biografia Resumida

Rafael Melotti. Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES- campus Goiabeiras). Aluno do Programa de pós-graduação em ensino da educação básica (PPGEEB-UFES/São Mateus/Espírito Santo) e professor na rede estadual de ensino do estado do Espírito Santo.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8689879406424522>

Contato: rafaelmltt@outlook.com

Valdinei Cezar Cardoso: Doutor em Ensino de Ciências e Matemática, Professor do Departamento de Matemática Aplicada e do Programa de Pós-graduação em Ensino na Educação Básica (UFES), líder do grupo de pesquisa em Mídias e Matemática (MidMat).

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3560165817659228>

Contato: valdinei.cardoso@ufes.br